

УДК 626.826:624.131

## РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

**А.А. Боровиков**, старший преподаватель  
УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия»

*Ключевые слова:* фильтрация, коэффициент фильтрации, песок, сапропель, смесь

### **Введение**

Результатом интенсивной промышленной и хозяйственной деятельности человека является истощение и загрязнение ресурсов природных вод в значительных размерах. Ухудшению гидрохимического состояния верхних водоносных горизонтов способствуют как промышленные стоки с содержащимися в них вредными и даже токсичными (фенолы, диоксины, соли тяжелых металлов и др.) веществами, так и стоки крупных животноводческих предприятий.

Дальнейшее развитие промышленности и сельскохозяйственного производства существенным образом определяется количественным и особенно качественным состоянием водных ресурсов. Первостепенное значение при этом имеют ресурсы пресных подземных вод, сосредоточенных в верхней части осадочной толщи и являющихся основным источником хозяйственно-питьевого водоснабжения.

Оценка естественной защищенности подземных вод от загрязнения относится к числу важных хозяйственных задач. В настоящее время процессы техногенного воздействия на подземные воды превратились из локальных в региональные, поскольку расположение бассейна подземных вод не подчинено административно-территориальному делению.

Строительство крупных животноводческих комплексов с использованием гидросмыва создает проблемы хранения и использования животноводческих стоков. При строительстве этих сооружений должны быть обеспечены условия, максимально снижающие загрязнение подземных вод животноводческими стоками, поступающими через ложе и борта накопителей стоков. Кроме того, нередки случаи, когда при строительстве малых водоемов также встает вопрос об экранировании их ложа ввиду повышенной фильтрации грунтов основания. Одним из возможных вариантов противофильтрационного экранирования являются местные грунты, залегающие на месте строительства или в непосредственной близости от него.

Повсеместное распространение глинистых грунтов, их низкая стоимость разработки и, главное, малая водопроницаемость позволили широко использовать их для уст-

ройства противofильтрационных экранов. Считается, что глинистые экраны и подстилающие их слабопроницаемые глинистые грунты, залегающие как в зоне аэрации, так и в разделяющих водоносные горизонты слоях, их мощность и фильтрационные свойства служат основным препятствием для проникновения загрязняющих отходов в водоносные горизонты. Однако, как показывает обзор научной литературы, вопрос о проницаемости глинистых пород изучен недостаточно. Процесс фильтрации в них характеризуется большой сложностью, и долгое время они считались абсолютно водонепроницаемыми. Но уже в конце 40-х годов появились работы, свидетельствующие о том, что вертикальная фильтрация через глинистые толщи в определенных условиях может быть существенной [1].

Следует отметить, что жирных глин и суглинков, обычно используемых в гидротехническом строительстве при создании противofильтрационных устройств [2], в районе строительства обычно недостаточно.

Проведенные исследования показали, что многие биогенные грунты и композиционные составы на их основе могут быть успешно применены для возведения противofильтрационных завес способом «стена в грунте» [3, 4]. Применение сапропелей при строительстве противofильтрационных завес методом «стена в грунте» позволяет сократить потери воды в результате ее фильтрации из верхнего бьефа в нижний, обеспечить охрану природной среды в отдельно взятом регионе от технологически пагубных последствий. При этом материал противofильтрационной завесы должен иметь низкую водопроницаемость и обладать стойкостью к возможным фильтрационным деформациям. Нами были проведены исследования с целью изучения фильтрационных свойств песчано-сапропелевых смесей [5].

#### **Основная часть**

Исследования фильтрационных свойств песчано-сапропелевых смесей проводились с целью оценки степени влияния содержания сапропеля на водопроницаемость и фильтрационную прочность полученной смеси с целью регулирования этих показателей. Объектом исследования являлись смеси, приготовленные на основе песка №1 и песка №2 с 5, 10 и 15 % содержанием в них сапропеля №2.

Фильтрационные исследования проводили по общепринятой методике [6, 7]. В процессе опыта снимали показания пьезометров и индикатора, определяли фильтрационный расход и температуру фильтрующейся воды. Увеличение напора производили после стабилизации фильтрации на предыдущей ступени. При проведении опытов температура воды изменялась от 10,5°С до 22,0°С, поэтому вычисленные значения коэффициентов фильтрации приводились к температуре 10°С.

Коэффициент фильтрации в процессе проведения опыта не оставался постоянным. На его изменчивость влияют большое количество факторов: изменение структуры состава от величины градиента; колебание атмосферного давления и температуры об-

разца, которые влияют на объем заземленного воздуха и, как результат, на активную пористость грунта; неточности при отборе и определении количества профильтровавшейся воды; неустановившийся режим фильтрации внутри образца при изменении градиента напора. Учесть влияние всех вышеперечисленных факторов практически невозможно. Для установления наиболее достоверного коэффициента фильтрации был проведен статистический анализ опытных данных [8, 9, 10], в результате которого было установлено, что опытные данные подчиняются закону нормального распределения.

Уравнение теоретической кривой распределения имеет вид:

$$y = \frac{N \cdot h}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{K - K_{cp}}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (1)$$

где  $y$  – теоретическая частота распределения;

$N$  – число наблюдений;

$h$  – величина интервала эмпирического распределения;

$K$  – текущая абсцисса;

$K_{cp}$  – среднее арифметическое значение коэффициента фильтрации;

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение.

Для определения числа интервалов использовали формулу

$$s \approx 1 + 3,2 \cdot \lg(N) \quad (2)$$

Для определения границ интервалов находим размах вариации

$$R = K_{max} - K_{min} \quad (3)$$

где  $K_{max}$  – максимальное значение коэффициента фильтрации;

$K_{min}$  – минимальное значение коэффициента фильтрации.

Начало первого интервала выбираем на  $\frac{1}{2}$  ширины интервала левее  $K_{min}$ , а конец последнего на  $\frac{1}{2}$  ширины интервала правее  $K_{max}$ . Тогда величина интервала эмпирического распределения определяется по формуле:

$$h = \frac{K_{max} - K_{min}}{s - 1} \quad (4)$$

Границы интервала находим следующим образом

$$a_0 = K_{min} - \frac{h}{2}, \quad a_1 = a_0 + h, \quad \dots, \quad a_n = a_{n-1} + h. \quad (5)$$

В качестве контроля должно выполняться равенство

$$a_n = K_{max} + \frac{h}{2}. \quad (6)$$

Для нахождения среднего арифметического значения используем формулу

$$K_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^k K_i \cdot m_i}{N}, \quad (7)$$

где  $K_i, m_i$  – соответственно середина и частота  $i$ -го интервала.  
Средины интервалов определяем по формуле

$$K_i = \frac{a_{i-1} + a_i}{2}. \quad (8)$$

Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D(K)}, \quad (9)$$

где  $D(K)$  – выборочная дисперсия, равная

$$D(K) = (K^2)_{cp} - (K_{cp})^2, \quad (10)$$

где  $(K^2)_{cp}$  – среднее значение квадрата случайной величины;

$K_{cp}$  – среднее арифметическое значение случайной величины.

Среднее значение квадрата случайной величины вычисляем по формуле

$$(K^2)_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^k K_i^2 \cdot m_i}{N}. \quad (11)$$

Для оценки совпадения теоретической кривой с полигоном эмпирического распределения был вычислен критерий Пирсона

$$\chi^2_{набл} = \sum \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i}, \quad (12)$$

где  $m'_i$  – теоретическая частота  $i$ -го интервала.

Число степеней свободы

$$k = s - 1 - r, \quad (13)$$

где  $r$  – число параметров предполагаемого распределения, которые оценены по данным выборки. Для нормального распределения число оцениваемых параметров  $r = 2$  (математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение).

Тогда

$$k = s - 3 \quad (14)$$

Если

$$\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр} \quad (15)$$

то теоретическое воспроизведение эмпирического ряда достаточно удовлетворительное.

Если

$$\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр} \quad (16)$$

то теоретическое воспроизведение эмпирического ряда не удовлетворительное, т.е. выбранная модель не верна.

Анализ распределения коэффициентов фильтрации произведем на примере смеси №6.

Число интервалов

$$s \approx 1 + 3,2 \cdot \lg(N) = 1 + 3,2 \cdot \lg(153) = 7,99$$

Принимаем  $s = 8$ .

Размах вариации

$$R = K_{max} - K_{min} = 3,12 \cdot 10^{-6} - 2,53 \cdot 10^{-7} = 2,87 \cdot 10^{-6}$$

Начало первого интервала выбираем на  $\frac{1}{2}$  ширины интервала левее  $K_{min}$ , а конец последнего – на  $\frac{1}{2}$  ширины интервала правее  $K_{max}$ . Тогда величина интервала эмпирического распределения

$$h = \frac{K_{max} - K_{min}}{s - 1} = \frac{2,87 \cdot 10^{-6}}{8 - 1} = 4,10 \cdot 10^{-7}$$

Границы интервалов

$$a_0 = K_{min} - \frac{h}{2} = 2,53 \cdot 10^{-7} - \frac{4,10 \cdot 10^{-7}}{2} = 4,80 \cdot 10^{-8}$$

$$a_1 = a_0 + h = 4,80 \cdot 10^{-8} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 4,58 \cdot 10^{-7}$$

$$a_2 = a_1 + h = 4,58 \cdot 10^{-7} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 8,68 \cdot 10^{-7}$$

$$a_3 = a_2 + h = 8,68 \cdot 10^{-7} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 1,28 \cdot 10^{-6}$$

$$a_4 = a_3 + h = 1,28 \cdot 10^{-6} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 1,69 \cdot 10^{-6}$$

$$a_5 = a_4 + h = 1,69 \cdot 10^{-6} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 2,10 \cdot 10^{-6}$$

$$a_6 = a_5 + h = 2,10 \cdot 10^{-6} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 2,51 \cdot 10^{-6}$$

$$a_7 = a_6 + h = 2,51 \cdot 10^{-6} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 2,92 \cdot 10^{-6}$$

$$a_8 = a_7 + h = 2,92 \cdot 10^{-6} + 4,10 \cdot 10^{-7} = 3,33 \cdot 10^{-6}$$

В качестве контроля должно выполняться равенство

$$a_8 = K_{\max} + \frac{h}{2} = 3,12 \cdot 10^{-6} + \frac{4,10 \cdot 10^{-7}}{2} = 3,33 \cdot 10^{-6}$$

В таблице 1 приведены расчеты середин интервалов по формуле (8) и соответствующие им частоты

Таблица 1

Номера интервалов	Частоты, $m_i$	Средины интервалов, $K_i$	$K_i \cdot m_i$	$K_i^2 \cdot m_i$
0—1	6	$2,53 \times 10^{-7}$	$1,52 \times 10^{-6}$	$3,84 \times 10^{-13}$
1—2	17	$6,63 \times 10^{-7}$	$1,13 \times 10^{-5}$	$7,47 \times 10^{-12}$
2—3	25	$1,07 \times 10^{-6}$	$2,68 \times 10^{-5}$	$2,86 \times 10^{-11}$
3—4	45	$1,49 \times 10^{-6}$	$6,71 \times 10^{-5}$	$9,99 \times 10^{-11}$
4—5	35	$1,90 \times 10^{-6}$	$6,65 \times 10^{-5}$	$1,26 \times 10^{-10}$
5—6	15	$2,31 \times 10^{-6}$	$3,47 \times 10^{-5}$	$8,00 \times 10^{-11}$
6—7	7	$2,72 \times 10^{-6}$	$1,90 \times 10^{-5}$	$5,18 \times 10^{-11}$
7—8	3	$3,13 \times 10^{-6}$	$9,39 \times 10^{-6}$	$2,94 \times 10^{-11}$
	S=153		S= $2,36 \times 10^{-4}$	S= $4,24 \times 10^{-10}$

Среднее арифметическое значение

$$K_{\text{ар}} = \frac{\sum_{i=1}^k K_i \cdot m_i}{N} = \frac{2,36 \cdot 10^{-4}}{153} = 1,54 \cdot 10^{-6}$$

Среднее значение квадрата случайной величины вычисляем по формуле

$$(K^2)_{\text{ар}} = \frac{\sum_{i=1}^k K_i^2 \cdot m_i}{N} = \frac{4,24 \cdot 10^{-10}}{153} = 2,77 \cdot 10^{-12}$$

Выборочная дисперсия

$$D(K) = (K^2)_{\text{ар}} - (K_{\text{ар}})^2 = 2,77 \cdot 10^{-12} - (1,54 \cdot 10^{-6})^2 = 3,99 \cdot 10^{-13}$$

Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D(K)} = \sqrt{3,99 \cdot 10^{-13}} = 6,32 \cdot 10^{-7}$$

Тогда с учетом вышеприведенных расчетов уравнение теоретической кривой распределения примет вид

$$y = \frac{153 \cdot 4,10 \cdot 10^{-7}}{6,32 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(K - 1,54 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot (6,32 \cdot 10^{-7})^2}}$$

или

$$y = 39,60 \cdot e^{-\frac{(K - 1,54 \cdot 10^{-3})^2}{7,99 \cdot 10^{-13}}}$$

Для оценки совпадения теоретической кривой с полигоном эмпирического распределения вычисляем критерий Пирсона по формуле (12). Расчеты проводим в табличной форме (табл. 2).

Контроль

$$\chi^2_{\text{набл}} = 3,63$$

$$\sum \frac{m_i^2}{m_i} - N = 156,63 - 153 = 3,63$$

Таблица 2

$i$	$m_i$	$m_i^*$	$m_i - m_i^*$	$(m_i - m_i^*)^2$	$\frac{(m_i - m_i^*)^2}{m_i}$	$m_i^2$	$\frac{m_i^2}{m_i}$
1	6	5	1	1	0,20	36	7,20
2	17	15	2	4	0,27	289	19,27
3	25	31	-6	36	1,16	625	20,16
4	45	40	5	25	0,63	2025	50,63
5	35	34	1	1	0,03	1225	36,03
6	15	19	-4	16	0,84	225	11,84
7	7	7	0	0	0,00	49	7,00
8	3	2	1	1	0,50	9	4,50
S	153	153			$\chi^2_{\text{набл}} = 3,63$		156,63

Число степеней свободы определим по формуле (14)

$$k = s - 3 = 8 - 3 = 5$$

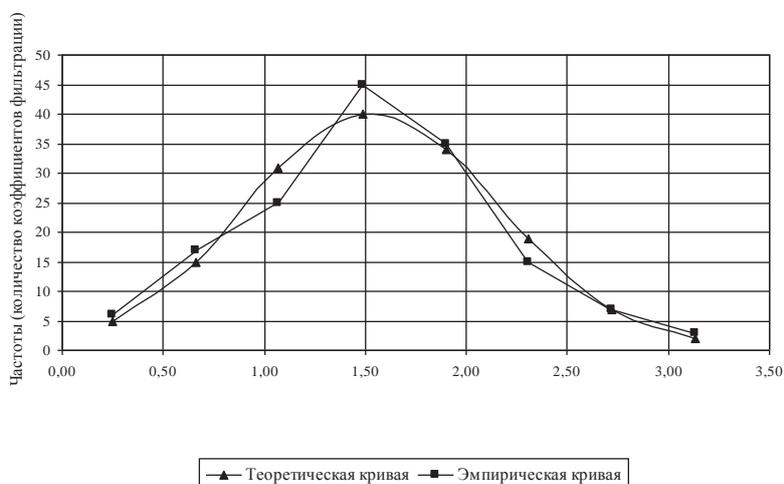
По таблице критических точек распределения [4]  $\chi^2_{\text{набл}}$  по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = 5$  находим

$$\chi^2_{\text{кр}} 0,05 ; 5 = 11,1.$$

Так как

$$\chi^2_{\text{набл}} = 3,63 < \chi^2_{\text{кр}} = 11,1$$

то теоретическое воспроизведение эмпирического ряда достаточно удовлетворительное. На рисунке 1 приведены теоретическая кривая распределения и полигон распределения коэффициентов фильтрации для смеси №6.



**Рисунок 1 — Сопоставление теоретической и эмпирической кривой распределения для смеси №6**

В таблице 3 приведены данные расчетов статистических характеристик теоретической кривой распределения коэффициентов фильтрации и дана оценка совпадения теоретической кривой с полигоном эмпирического распределения по критерию Пирсона для смесей №1 – №6.

**Таблица 3 — Статистические характеристики теоретической кривой распределения коэффициентов фильтрации и оценка совпадения теоретической кривой с полигоном эмпирического распределения (для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ )**

Наименование грунта	Число наблюдений, $N$	Количество интервалов, $s$	Размах вариации, $R$	$h$	Ср. арифметическое, $K_{ср}$	Выборочная дисперсия, $D(K)$	$s$	$k$	Критерий Пирсона, $\chi^2_{набл}$	$\chi^2_{кр}$	Вывод
Смесь №1	58	7	$4,58 \times 10^{-5}$	$7,63 \times 10^{-6}$	$6,20 \times 10^{-5}$	$9,16 \times 10^{-11}$	$9,57 \times 10^{-6}$	4	2,18	9,5	+
Смесь №2	91	8	$3,22 \times 10^{-5}$	$4,60 \times 10^{-6}$	$3,46 \times 10^{-5}$	$4,97 \times 10^{-11}$	$7,05 \times 10^{-6}$	5	1,40	11,1	+
Смесь №3	137	8	$4,38 \times 10^{-6}$	$6,26 \times 10^{-7}$	$1,12 \times 10^{-5}$	$1,20 \times 10^{-12}$	$1,10 \times 10^{-6}$	5	2,38	11,1	+
Смесь №4	68	7	$5,73 \times 10^{-6}$	$9,55 \times 10^{-7}$	$5,52 \times 10^{-6}$	$1,78 \times 10^{-12}$	$1,33 \times 10^{-6}$	4	3,37	9,5	+
Смесь №5	110	8	$5,46 \times 10^{-6}$	$7,80 \times 10^{-7}$	$2,98 \times 10^{-6}$	$1,45 \times 10^{-12}$	$1,20 \times 10^{-6}$	5	1,82	11,1	+
Смесь №6	153	8	$2,87 \times 10^{-6}$	$4,10 \times 10^{-7}$	$1,54 \times 10^{-6}$	$3,99 \times 10^{-13}$	$6,32 \times 10^{-7}$	5	3,63	11,1	+

### **Заключение**

Подчиненность результатов фильтрационных исследований закону нормального распределения позволяет средне арифметические значения коэффициентов фильтрации ( $K_{cp}$ ) рассматривать как наиболее вероятные.

### **Литература**

1. Гольдберг В.М., Газда С. Гидрогеологические основы охраны подземных вод от загрязнения. – М.: Недра, 1986. – 160 с.
2. Гидротехнические сооружения. Справочник проектировщика. М.: Стройиздат, 1983. – 543 с.
3. Нестеров, М.В. Применение противofiltrационных завес, возводимых методом «стена в грунте» с использованием сапропелей: рекомендации / М.В. Нестеров, А.А. Боровиков, Д.М. Лейко. – Горки: Белорус. гос. с.-х. акад., 2002. – 80 с.
4. Боровиков, А.А. Исследование буровых суспензий на основе сапропеля для строительства противofiltrационных завес способом «стена в грунте» / А.А. Боровиков // Социально-экономические и экологические проблемы мелиорации и водного хозяйства: материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 150-летию закладки первого гончарного дренажа на террит. России, Горки, 29–31 мая 2003 г. / Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки, 2004. С. 190–193.
5. Боровиков, А.А. Исследование фильтрационных характеристик композиций песка и сапропеля / А.А. Боровиков // Вестник Белорус. нац. техн. ун-та. – 2003. – №5. – С. 19–21.
6. Веригин, Н.Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород / Н.Н. Веригин. – М.: Госстройиздат, 1962. – 180 с.
7. Керкис, Е.Е. Методы изучения фильтрационных свойств горных пород / Е.Е. Керкис. – Л.: Недра, 1975. – 231 с.
8. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.
9. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1972. – 368 с.
10. Методические указания по статистической обработке экспериментальных данных в мелиорации и почвоведении / Э.А. Бишоф [и др.]. – Л.: СевНИИГиМ, 1977. – 275 с.

### **Summary**

**Borovikov A.A.**

#### **STATISTICAL PROCESSING OF RESULTS OF FILTRATIONAL RESEARCHES**

For determination of the most authentic coefficient of a filtering the statistical analysis of test data has been carried out.

Subordination of results of filtrational studies to the law of normal allocation allows to observe arithmetic-mean values of coefficients of a filtering as the most probable.

*Поступила 28 февраля 2013 г.*