

УДК 631.6

ВАРИАЦИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗЕМЕЛЬ

Н. К. Вахонин, кандидат технических наук
РУП «Институт мелиорации»

Ключевые слова: оптимизация сельхозиспользования, цели, критерии, ограничения, зависимость урожайности, доходы, затраты

Введение

Оптимизация сельскохозяйственного использования земель не в бытовом, а в математическом смысле представляет собой выбор из существующего множества альтернатив наилучшего по принятым критериям (максимум доходов, минимум затрат, экологические ограничения) варианта, причем не на основе экспертно-эвристических соображений, а на основе строгих, однозначно определенных алгоритмов, соответствующих данной конкретно сформулированной задаче.

Оптимизация сельхозиспользования включает следующую последовательность шагов:

- содержательная постановка задачи с четким определением целей, ограничений, множества альтернатив;
- математическая формализация задачи;
- выбор метода оптимизации для решения данной конкретной задачи;
- реализация задачи либо в квадратурах, либо алгоритмически, причем в наиболее сложных случаях на основе чисто переборных алгоритмов;
- программная реализация алгоритма и осуществление численных расчетов (в случае необходимости численной реализации задачи).

До начала решения задачи, очевидно, должны быть определены (идентифицированы) все входящие в описание задачи соотношения: зависимость урожайности от урожаяобразующих факторов, зависимость затрат от этих же урожаяобразующих факторов и собраны все значения используемых коэффициентов (цены на закупаемую и реализуемую продукцию и т.п.).

Очевидно, что некорректные постановки, связанные с недостаточным пониманием сути задач оптимизации, и ошибки на любом из шагов (в особенности на начальных шагах) приводят к невозможности получения решения или, что еще хуже, получению ложного решения, ничего общего не имеющего с действительно оптимальным вариантом, практическая проверка чего нереальна.

В связи с этим остановимся на рассмотрении основных методических подходов возможных вариаций формирования задач оптимизации сельскохозяйственного использования земель.

Методические основы постановки и возможные вариации задач оптимизации сельхозиспользования

На содержательном уровне задача оптимизации сельхозиспользования земель может быть сформулирована в следующем виде: **выбрать вариант пространственно-временного распределения n культур по m полям и распределения ограниченных ресурсов P по $k_{\text{фак}}$ (определяющим урожайность факторам) с учетом возможных дополнительных ограничений на величины валового сбора, площадей, величин факторов, имеющихся ресурсов, обеспечивающий удовлетворение сформулированными целям.**

Математическая формализация задачи представляет собой функционал (функционалы при многокритериальной оптимизации) с возможным дополнительным наличием различных соотношений, представляющих ограничения в форме равенств и неравенств (задачи условной оптимизации), часть из которых является естественно-физическими ограничениями, а часть представляют собой формализацию формулируемых при постановке задачи желаний. Очевидно, что первая часть – естественно-физические ограничения в действительности однозначно детерминирована, однако для их описания возможны различные варианты (уровни сложности) используемых математических зависимостей. Искусственные ограничения могут задаваться в различных вариантах, исходя из различных соображений (экономических, экологических, надежности, устойчивости и т.п.).

Различные вариации постановки задачи оптимизации возможны относительно каждой из её составляющих.

1.1 Возможные вариации задач в зависимости от уровня общности оптимизируемых альтернатив

Все альтернативы, из которых при оптимизации сельхозиспользования выбирается наилучший по принимаемым критериям вариант, можно разделить на четыре иерархических уровня [2]: тип сельхозиспользования (монокультура, временной, пространственно-временной севооборот и т.п.) → тип севооборота (число полей, культур, период ротации) → вид севооборота (конкретное распределение культур по полям в данном виде севооборота с конкретной последовательностью следования по годам) → уровень интенсивности выращивания сельскохозяйственных растений (различные варианты уровней использования урожаяобразующих факторов: доз удобрений, средств защиты, влажности почв (типа, параметров, алгоритмов управления используемой мелиоративной системы, сортов культур, качества обработки почв и т.п.).

Возможные вариации задач относительно альтернатив связаны с различными уровнями общности постановки: от глобальной оптимизации всех вышеприведенных альтернатив сельхозиспользования четырех уровней одновременно до локальной оптимизации обычно одной или нескольких альтернатив нижнего уровня – оптимизации интенсивности растениеводства при зафиксированных вариантах остальных альтернатив более общего иерархического уровня. Однако возможен и обратный подход: оптимизация типа и вида сельхозиспользования при зафиксированном (возможном при имеющихся ресурсах) уровне интенсивности сельхозиспользования. Важнейшей особенностью, определяющей постановку и метод решения этих задач, является то, что альтернативы трех первых уровней являются качественно измеримыми (шкала наименований) и представляют собой дискретное (счетное) множество, из которого лучший вариант теоретически может быть найден, используя переборные алгоритмы, тогда как варианты интенсивности сельхозиспользования (уровни водного режима, удобрений и т.д.), как правило, являются количественно измеримыми и имеют бесконечное множество возможных значений, полный перебор которых является невозможным.

В наиболее общей постановке оптимизация сельхозиспользования земель представляет собой единую задачу для всех земель республики сразу. Однако в силу чрезвычайно большой её размерности реально решение может находиться только на основе итеративно повторяющегося процесса декомпозиции – агрегирования и взаимообусловленного решения локальных (оптимизация сельхозиспользования отдельных хозяйств) и координирующей (растениеводство республики в целом в рамках задачи межотраслевого баланса) задач [1, 2].

1.2 Модификации задач относительно функций цели

В отличие от прежних условий, когда при принятии решений в мелиорации и сельхозиспользовании использовались цели функционального и технического уровня общности (максимум урожая, обеспечение биологически оптимального для произрастания растений водного режима и т.п.), в рыночных условиях необходимо использование целей не ниже экономико-экологического уровня общности [1,2]

$$\max_{X_{ijk}} D(X_{ijk}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F_{ij} \cdot y_{ij} \cdot c_i, \quad (1)$$

$$\max_{X_{ijk}} D(X_{ijk}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F_{ij} (\xi_{ij} + y_{ij} \eta_{ij} + \mu_{ij}), \quad (2)$$

$$\max_{X_{ijk}} ОП(X_{ijk}), \quad (3)$$

где $D(X_{ijk})$ - доход от выращенного на всех полях хозяйства урожая при использовании факторов X_{ijk} ;

$Z(X_{ijk})$ – затраты на получение урожая;

$OP(X_{ijk})$ – вектор целей по различным экологическим показателям (водный, тепловой, химический режимы и т.д.);

i – номер культуры $i = 1 \div n$; в число культур n входит и использование поля под пар, т. е. отсутствие культуры;

j – номер поля $j = 1 \div m$;

k – номер фактора, определяющего величину урожая $k = 1 \div k_{facts}$;

X_{ijk} – величины оптимизируемых урожаяобразующих факторов, применяемых под культуру i на поле j ;

μ_{ij} – базовые затраты на все остальные, не рассматриваемые в качестве альтернатив элементы;

π_{ij} – цена уборки, транспортировки i -й культуры, посаженной на j -м поле;

γ_{ij} – затраты на уборку, транспортировку урожая (стоимость работ, зависящих от величины полученного урожая);

ρ_{ij} – затраты ресурсов (денег) на 1 га на факторы X_{ijk} для получения урожайности i -ой культуры на j -м поле,

$$\xi_{ij} = \varphi \cdot x_{ijk}^{\alpha} \quad (4)$$

c_i – цена реализации 1 т i -ой культуры;

y_{ij} – урожайность i -й культуры, посаженной на j -м поле

$$y_{ij} = f \cdot x_{ijk}^{\beta} \quad (5)$$

Формулировка целей в виде (1)-(3) приводит задачу к классу многокритериальных, при решении которой оптимальный вариант выбирается из множества Парето-оптимальных вариантов.

Возможные вариации постановки задач в связи с модификацией функций цели связаны с:

а) различными способами сведения задачи к однокритериальной:

- переводом части критериев в ограничения.

Например, экономически очевидной является возможность перевода цели минимум затрат в ограничение, отражающее условие не превышения всех затрат имеющихся в хозяйстве средств (S)

$$Z(X_{ijk}) \leq S. \quad (6)$$

Как правило, только в виде экспертно задаваемых ограничений на параметры или переменные состояния может быть формализована цель максимум охраны природы. В частности при оптимизации интенсивности сельхозиспользования могут быть заданы ограничения на используемые факторы

$$0 \leq x_{ijk} \leq x_{Hkj}, \forall j \in 1 \dots m \quad (7)$$

где x_{Hkj} – нормативно заданные ограничения сверху на факторы k на поле j (предельно допустимые дозы удобрений, понижение УГВ и т.д.);

- использованием различных типов свертки критериев.

Свертка частных критериев (доходы и затраты) в суперкритерий может иметь различные естественно-экономические формы:

- максимизации прибыли:
$$\max_{x_{ijk}} \Pi = \max (D(x_{ijk}) - Z(x_{ijk})), \quad (8)$$

- максимизации рентабельности:
$$\max_{x_{ijk}} Re\ nt = \max \frac{\Pi(x_{ijk})}{Z(x_{ijk})}. \quad (9)$$

Следует отметить, что прибыль и рентабельность являются несогласованными критериями (максимум одного не гарантирует максимум другого), и поэтому в результате свертки задача все равно остается многокритериальной. Для получения одного критерия может быть осуществлена ещё одна дополнительная свертка суперкритериев. Однако повторная свертка типа $\max \lambda_1 \cdot \Pi + \lambda_2 \cdot Re\ nt$ не имеет естественно-экономического смысла и сводит задачу к однокритериальной чисто формально.

б) различным учетом стохастичности влияния погодно-климатических условий по годам.

К примеру, в связи со случайными по годам погодно-климатическими условиями, изменяются величины урожаев и соответственно стохастический характер имеет величина доходов. В результате этого относительно доходов возможно формирование различных вариантов целей и ограничений:

- максимум матожидания дохода
$$\max \overline{D} \overline{x}_{ijk} \quad (1')$$

- минимум дисперсии дохода по годам
$$\min D \overline{x}_{ijk} \quad (1'')$$

- стохастическое ограничение на доход: условие, что он должен быть не ниже нормативно задаваемой величины $D_{норм}$ в критический год, имеющий обеспеченность погодных условий не ниже принимаемой нормативно величины $P_{норм}\%$ (к примеру, в год 5% обеспеченности) и другие варианты.

$$P(D_{Ti} \geq D_{норм}) \geq P_{норм} \quad (1''')$$

Использование критерия по доходам не в стоимостных, а в натуральных единицах оправдано только в том случае, если выращиваемая продукция растениеводства пред-

назначена не на продажу, а используется самим хозяйством, в частности для получения продукции животноводства. При этом выход продукции растениеводства является промежуточным показателем и, так как урожай используется далее в аналогичной задаче максимизации дохода от животноводческой продукции, то максимизироваться он должен в тех показателях, которые используются в качестве аргументов (факторов) в используемой зависимости продуктивности животноводства (натуральных весовых показателях, или энергетических показателях, или кормовых единицах, или содержании протеина и т.п.).

Использование каждого из выше сформулированных критериев формирует различные варианты задач оптимизации, каждая из которых имеет свое решение (оптимум), отличающийся от оптимумов соответствующих случаю других критериев.

1.3 Модификации вида зависимости урожайности и затрат от факторов

В основном соотношения, входящие в задачу оптимизации, являются феноменологическими. Однако основная зависимость, в соответствии с которой определяется величина доходов – многофакторная зависимость урожая от оптимизируемых (регулируемых) и неоптимизируемых факторов (5) для реальных задач оптимизации в связи с чрезвычайной сложностью и многообразием определяющих его процессов может быть задана только эмпирическим соотношением, получение которого основано исключительно на результатах натуральных многофакторных опытов по урожайности. Фактически точность этой зависимости является наиболее критичной составляющей, определяющей правильность (точность) выбора варианта в результате решения задачи оптимизации в целом.

В связи с этим особую значимость имеет организация многофакторных экспериментов по урожайности: установление числа необходимых их вариантов, продолжительности осуществления опытов, числа полей для проведения и т.д. для возможности надежного их применения при оптимизации сельскохозяйственного использования земель.

В зависимости по определению затрат (4) в качестве аргументов должны использоваться все те факторы x_{ijk} , что используются в зависимости для расчета урожая. При этом часть аргументов типа расходов на закупку фактора (удобрений, средств защиты и т.п.) учитывается в зависимости по расчету затрат, исходя из естественно-экономических предпосылок, т.е. теоретически. Однако влияние некоторых, определяющих величину урожая, факторов на затраты может быть учтено только на основе эмпирически устанавливаемых соотношений. К примеру, расчет затрат на обеспечение различных величин влажности почвы (уровней грунтовых вод), являющейся одним из аргументов.

Возможные варианты вида зависимостей урожая от урожаеобразующих факторов связаны с:

а) выбором класса функций для сглаживания опытных данных по урожайности. При этом многофакторная зависимость урожая i -й культуры на j -м поле $y_{ij} = f(x_{ijk})$ может приниматься как в наиболее упрощенном виде – линейной функции без пересечения аргументов, так и квадратичная другого вида:

- алгебраического полинома любой степени (обычно выше критического) с полным пересечением аргументов;

- любого другого не алгебраического полинома: экспоненциального, тригонометрического и т.п. (полиномы Чебышева).

б) принятием, в связи со стохастичностью погодно-климатических условий, зависимости урожайности не для среднелетних значений (50% обеспеченности), а для любого другого зафиксированного процента обеспеченности её величины в неблагоприятные годы.

Зависимость урожая от факторов для конкретного уровня его обеспеченности может быть получена, если кривые обеспеченности урожая построены для различных вариантов доз фактора. Сняв с кривой обеспеченности соответствующую каждой дозе урожайность при интересующем проценте обеспеченности (например, 10%), можно получить по этим эмпирическим точкам имеющую место для этого процента обеспеченности зависимость $Y_{P\%} = f(x_{ijk})$. Используя её, оптимизация осуществляется не на условие матожидания урожая, а на критический год принятой обеспеченности урожая.

1.4 Модификации задач оптимизации за счет задания дополнительных ограничений

При одних и тех же функциях цели в задаче оптимизации сельхозиспользования могут быть включены различные дополнительные ограничения:

а) на площади, занимаемые под каждой культурой i :

$$F_i^{\text{ниж}} \leq \sum_{j=1}^n F_{ij} \leq F_i^{\text{верх}}, \quad \text{для } i = 1 \div m. \quad (10)$$

Часто это субъективно задаваемое со стороны управленческой структуры более высокого иерархического уровня ограничение на посевные площади или же принимаемое из экспертно установленных ограничений по допустимости использования каждой культуры на данном типе полей (по условию типов почв, уклонов, предшественников и т.д.).

б) ограничения на фазовые переменные (или более упрощенно, на параметры),

$$0 \leq x_{jk} \leq x_{\text{нж}}, \quad \forall j \in 1 \dots m, \quad (11)$$

например, ограничения на дозы удобрений, уровни грунтовых вод и т.д. из императивно устанавливаемых экологических соображений или из естественно-физических условий наличия удобрений, средств защиты и т.п. в хозяйстве;

в) ограничения на валовые сборы каждой i -й культуры:

$$\sum_{j=1}^m F_{ij} \cdot y_{ij} \cdot r_i \geq Y_{ni}, \forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad \text{для } i = 1 \div m. \quad (12)$$

Эти ограничения могут быть заданы управленческой структурой, решающей аналогичную координирующую задачу на более высоком иерархическом уровне (например, на уровне района) или же при отдельном решении задачи для двух подсистем агропредприятия – задании необходимых объемов растениеводческой продукции для другой оптимизируемой подсистемы хозяйства (животноводства) в одном из видов (сухое вещество, кормовые единицы, протеины, энергия), для получения величины которых из урожая, выраженного в натуральных весовых единицах, используются соответствующие переводные коэффициенты r_i .

г) естественно-физическое, точнее естественно-экономическое ограничение на наличествующие финансовые ресурсы:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n F_j \xi_{ij} + y_{ij} \cdot \eta_{ij} + \mu_{ij} \leq S. \quad (13)$$

В формулах (10)-(13)

$F_i^{\text{ниж}}$ – ограничение на наименьшие допустимые площади под культурой i ;

$F_i^{\text{верх}}$ – ограничение на наибольшие допустимые площади под культурой i ;

X_{nkj} – ограничение на применяемые дозы (или имеющееся наличие) фактора k на поле j под культуру i ;

y_{ni} – ограничение на минимально допустимые валовые сборы i -й культуры;

r_i – коэффициенты пересчета урожаев в сухую массу или кормовые единицы, или протеины, или энергетические единицы;

S – ограничение на имеющиеся ресурсы.

Очевидно, что ограничения a - g могут включаться в исходную задачу оптимизации в любом сочетании. При этом могут быть использованы любые из рассмотренных функций цели и виды зависимости урожаев (5) и затрат (4) от урожаеобразующих факторов. Очевидно, что различным выбранным критериям и модификациям постановки задачи соответствует свой алгоритм решения и свой получаемый результат – оптимальный вариант распределения культур и интенсивность их выращивания.

Выводы и анализ результатов

Проанализированные выше модификации постановки задачи оптимизации применимы при выборе оптимального варианта сельскохозяйственного использования на любом иерархическом уровне общности принятия решений.

При этом для уровня агропредприятия юнитами, для которых выбираются лучшие альтернативы, являются поля, для уровня района такими юнитами являются уже сами агропредприятия, для области – районы, для республики – области.

При уменьшении юнитов до отдельных участков каждого поля в пределе, можно перейти к оптимизации на уровне прецизионного (точечного) земледелия.

В идеале задачи оптимизации всех уровней должны решаться во взаимосвязке, и найденные решения локальных задач должны использоваться при решении координирующей и наоборот (решать задачу для всех полей республики сразу нереально из-за большой её размерности).

Литература

1. Вахонин, Н.К. Методологические основы моделирования и создания систем принятия решений в мелиоративном растениеводстве // Математическое моделирование сельскохозяйственных объектов - основа проектирования технологий и машин XXI века. Материалы Междунар. науч. конф. УП БелНИИМСХ. – Мн. – 2001. – С. 215-224.
2. Вахонин, Н.К. Методологические принципы формирования задач оптимизации растениеводства // Мелиорация переувлажненных земель. – 2007. – №2(58). – Мн.: РУП "Институт мелиорации". С. 73-79.

Summary

Vakhonin N. Variations of problems of the agricultural use optimization

In the article presents methods of shaping the problem of agro-enterprise agricultural use optimization: accommodation of cultures on fields and choice of plant growing intensities. There are analysis is made and different variants of the problem optimization shaping are given on the type of criteria, restrictions, used dependencies of the harvest and expenses from harvest forming factors value.

Поступила 13 февраля 2008 г.