УДК 626.862:624.131

РАСЧЕТ ОСУШИТЕЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ ПЛАСТОВОЙ ДРЕНЫ С УЧЕТОМ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

Н. К. Вахонин, *кандидат технических наук*
РУП «Институт мелиорации»

Ключевые слова: *пластовая дрена, осушение, фильтрация, переменная масса, приточность, потери напора, расход*

Введение

Пластовая дрена представляет собой случай, когда верхний слой почвы мощностью m имеет коэффициент фильтрации $k_{гр}$, намного меньший коэффициента фильтрации нижерасположенного слоя k. В этом случае этот слой мощностью $в_{др}$ играет роль пластовой дрены, и имеет место следующая фильтрационная схема (рассматриваются наиболее напряженные начальные условия – горизонтальное стояние УГВ): грунтовые воды из поверхностного слоя почвы практически вертикально движутся к пластовой дрене, а затем горизонтально по ней к её устью (см. рисунок). При этом от её истока к устью имеет место движение воды с нарастанием расхода (с переменной массой), в соответствии с чем в дрене складываются потери напора и формируется пьезометрическая линия.

Такая схема залегания пластов часто встречается на территории Полесья, когда верхний слой, представленный слабоводопроницаемой торфяной почвой, подстилается хорошо водопроницаемым песчаным слоем, играющим роль пластовой дрены. Такая дрена при наличии низкого положения уровня воды в принимающем канале над её устьем оказывает сама достаточно большое осушительное действие. Однако зависимости для его расчета с учетом работы дрены с переменной массой отсутствуют, в связи с чем осуществим их вывод, основываясь на фундаментальных уравнениях динамики воды.

Вывод зависимостей для потерь напора, расходов и приточности к пластовой дрене

Как любая дрена, пластовая дрена может работать в напорном, напорно-безнапорном и безнапорном режимах (на рисунке представлен напорный режим) [1].

Модель движения воды в данном случае может быть представлена в виде системы уравнений (1)-(5):

$$-\frac{dh_x}{dx} = \frac{Q}{\omega k} \tag{1}$$

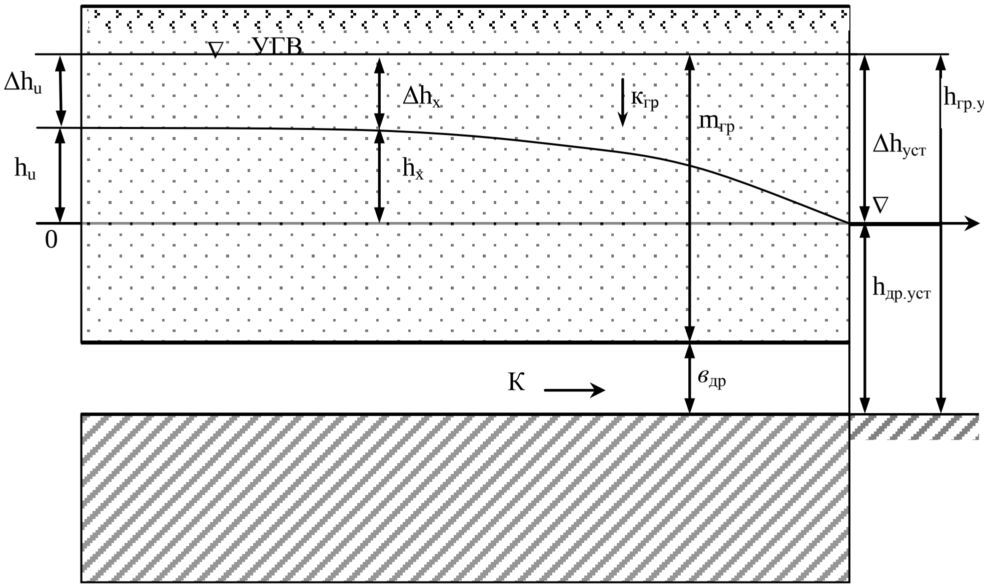
$$q = \frac{dQ}{dx} \tag{2}$$

$$q = \varphi\left(\Delta h_{уст} - h_x\right) \qquad (3)$$

$$Q\Big|_{x=0} = Q_u \qquad (4)$$

$$h_x\Big|_{x=L} = 0 \qquad (5)$$

Уравнение горизонтальной фильтрации в пластовой дрене при напорном режиме её работы, пренебрегая потерями напора от переменности массы ввиду их малости, может быть принято в виде (1), а уравнение сохранения массы в ней имеет вид (2).



Расчетная схема осушения пластовой дреной

Приточность сверху из осушаемого грунта к пластовой дрене по её длине определяется перепадом Δhx между напором грунтовых вод hгр и напором в дрене hдр, изменяющимся по длине дрены в соответствии с потерями напора (положением пьезолинии в дрене) и описывается зависимостью (3).

Граничные условия в истоке и устье дрены задаются уравнениями (4) и (5).

При оси x в любую сторону уравнения (1)-(5) системы не изменят знаков, так как с уменьшением hx величина Q растет и наоборот ((-) – в уравнении (1)).

При этом в (1) Q берется с (+), если он направлен вдоль x и с (-), если течение против оси.

В уравнениях (1)-(5):

φ – коэффициент вертикальной приточности к пластовой дрене на единицу ширины потока

$\varphi = 1м \cdot к_{гр}/m = к_{гр}/m$; (6)

$к_{гр}$, m – коэффициент фильтрации и мощность осушаемого пласта;

k, м/с, $в_{др}$ – горизонтальный коэффициент фильтрации пластовой дрены и её толщина;

ω – площадь поперечного сечения пластовой дрены, м^2. При учете единичной ширины потока: $\omega = в_{др} \times 1м = в_{др}$;

h_x – потери напора от расчетного сечения до устья;

Q - расход воды в пластовой дрене;

q - приточность сверху к пластовой дрене;

$\Delta h_{уст}$ - действующий напор над устьем пластовой дрены.

Для получения решения системы уравнений (1)-(5) осуществим следующие выкладки.

Приравняв правые части уравнений (2) и (3), получим соотношение:

$$\frac{dQ}{dx} = \varphi\left(\Delta h_{уст} - h_x\right),$$

дифференцируя которое, получим $\frac{d^2Q}{dx^2} = -\varphi\frac{dh_x}{dx}$;

или $-\frac{dh_x}{dx} = \frac{1}{\varphi}\frac{d^2Q}{dx^2}$.

Подставив из которого $\frac{dh_x}{dx}$ в (1), получим: $\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{\varphi}{\omega k}Q = AQ$ (7)

где $A = \frac{\varphi}{\omega k}$ (8)

Продифференцировав слева и справа по x уравнение сохранения массы (2), получим

$$\frac{d^2Q}{dx^2} = \frac{dq}{dx} = \frac{dq}{dQ}\cdot\frac{dQ}{dx} = \frac{dq}{dQ}\cdot q \qquad (9)$$

Подставив (9) в (7), получим: $\frac{dq}{dQ}q = A\cdot Q$,

разделив переменные, имеем $q\cdot dq = AQ\cdot dQ$

интегрируя, получим $\frac{q^2}{2} = \frac{AQ^2}{2} + \frac{C_1}{2}$

Используя граничное условие: $x = 0$; $q = q_u; Q = Q_u$ находим C_1:

$$\frac{q_u^2}{2} = \frac{AQ_u^2}{2} + \frac{C_1}{2}$$

$$C_1 = q_u^2 - AQ_u^2$$

с учетом которого $q^2 = AQ^2 + q_u^2 - AQ_u^2 = A\left(Q^2 - Q_u^2\right) + q_u^2,$

откуда с учетом (2) $q = \dfrac{dQ}{dx} = \sqrt{AQ^2 - AQ_u^2 + q_u^2}.$ (10)

Разделив в (10) переменные, получим:

$$\int dx = \int \frac{dQ}{\sqrt{AQ^2 - AQ_u^2 + q_u^2}}.$$

Проинтегрировав полученное равенство, имеем

$$x = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln\left|Q + \sqrt{Q^2 - Q_u^2 + \frac{q_u^2}{A}}\right| + C_2,$$

используя в нем граничное условие $x = 0$; $Q = Q_u$, находим C_2

$$0 = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln\left|\frac{q_u}{\sqrt{A}} + Q_u\right| + C_2$$

$$C_2 = -\frac{1}{\sqrt{A}} \ln\left|\frac{q_u}{\sqrt{A}} + Q_u\right|$$

с учетом которого

$$x = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln \frac{Q + \sqrt{Q^2 + \frac{q_u^2}{A} - Q_u^2}}{Q_u + \sqrt{\frac{q_u^2}{A}}} \qquad (11)$$

Потенцируя (11), получим

$$e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(Q_u + \sqrt{\frac{q_u^2}{A}}\right) = Q + \sqrt{Q^2 + \frac{q_u^2}{A} - Q_u^2},$$

откуда, перенося в левую часть Q и возведя обе части в квадрат, получим

$$\left[e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(Q_u + \frac{q_u}{\sqrt{A}}\right) - Q\right]^2 = Q^2 + \frac{q_u}{\sqrt{A}} - Q_u^2,$$

$$e^{2x\sqrt{A}} \cdot \left(\frac{q_u}{\sqrt{A}} + Q_u\right)^2 - 2e^{x\sqrt{A}}\left(\frac{q_u}{A} + Q_u\right) \cdot Q = \frac{q_u^2}{A} - Q_u^2.$$

Сгруппировав члены

$$e^{2x\sqrt{A}}\cdot\left(\frac{q_u}{\sqrt{A}}+Q_u\right)^2+\left(Q_u^{\,2}-\frac{q_u^{\,2}}{A}\right)=2e^{x\sqrt{A}}\left(\frac{q_u}{\sqrt{A}}+Q_u\right)\cdot Q$$

и решая относительно Q, получим

$$Q=\frac{e^{2x\sqrt{A}}\cdot\left(Q_u+\frac{q_u}{\sqrt{A}}\right)^2+\left(Q_u^{\,2}-\frac{q_u^{\,2}}{A}\right)}{2e^{x\sqrt{A}}\cdot\left(Q_u+\frac{q_u}{\sqrt{A}}\right)}=\frac{\left(Q_u+\frac{q_u}{\sqrt{A}}\right)}{2}\cdot e^{x\sqrt{A}}+\frac{Q_u-\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}}} \qquad (12)$$

Подставив (12) в (1) и разделив переменные, получим

$$-\int dh_x=\int\frac{\frac{q_u}{\sqrt{A}}+Q_u}{2\omega k}\cdot e^{x\sqrt{A}}\cdot dx+\int\frac{Q_u-\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k}\cdot\frac{dx}{e^{x\sqrt{A}}}$$

Проинтегрировав равенство по частям

$$-h_x=\frac{\frac{q_u}{\sqrt{A}}+Q_u}{2\omega k}\cdot\frac{e^{x\sqrt{A}}}{\sqrt{A}}-\frac{Q_u-\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k}\cdot\frac{1}{\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}}}+C$$

при интегрировании в знаменателе имеем $-\sqrt{A}$, но меняем (+) на (-) и перед ним, и перед скобкой.

Подставив граничное условие в истоке $x=0;\ h_x=h_u$, найдем С

$$-h_u=\frac{\frac{q_u}{\sqrt{A}}+Q_u}{2\omega k\sqrt{A}}-\frac{Q_u-\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k\sqrt{A}}+C$$

$$-h_u=\frac{2\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k\sqrt{A}}+C$$

$$C=-h_u-\frac{\frac{q_u}{\sqrt{A}}}{\omega k\sqrt{A}}=-h_u-\frac{q_u}{\omega kA}$$

с учетом которого последовательно преобразуя

$$h_x = \frac{Q_u - \dfrac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k\sqrt{A}} \cdot \frac{1}{e^{x\sqrt{A}}} - \frac{Q_u + \dfrac{q_u}{\sqrt{A}}}{2\omega k\sqrt{A}} \cdot e^{x\sqrt{A}} + h_u + \frac{q_u}{\omega kA} = \frac{Q_u\sqrt{A} - q_u}{2\omega k\sqrt{A}\cdot\sqrt{A}\cdot e^{x\sqrt{A}}} -$$

$$- \frac{Q_u\sqrt{A} + q_u}{2\omega k\sqrt{A}\cdot\sqrt{A}} \cdot e^{x\sqrt{A}} + + h_u + \frac{q_u}{\omega kA} =$$

$$= \frac{Q_u\sqrt{A} - q_u - Q_u\sqrt{A}\cdot e^{2x\sqrt{A}} - q_u e^{2x\sqrt{A}} + 2q_u e^{x\sqrt{A}}}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} + h_u =$$

$$= \frac{Q_u\sqrt{A}\left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right) - q_u\left(1 + e^{2x\sqrt{A}} - 2e^{x\sqrt{A}}\right)}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} + h_u =$$

$$= h_u - \frac{q_u\left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} + \frac{Q_u\sqrt{A}\left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right)}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}}.$$

Подставляя в полученную зависимость значение приточности в истоке из (3):

$$q_u = \varphi\left(\Delta h_{уст} - h_u\right), \tag{13}$$

получим

$$h_x = h_u - \frac{\varphi\left(\Delta h_{уст} - h_u\right)\left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} + \frac{Q_u\sqrt{A}\left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right)}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} =$$

$$= \frac{h_u\left[2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}} + \varphi\left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2\right]}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} - \frac{\varphi\Delta h_{уст}\left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}} + \frac{Q_u\sqrt{A}\left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right)}{2\omega kA\cdot e^{x\sqrt{A}}},$$

$$h_x = \frac{h_u\left[2\omega k\dfrac{\varphi}{\omega k}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + \varphi(1 - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2\right]}{2\omega k\cdot\dfrac{\varphi}{\omega k}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k_ф}}}} - \frac{\varphi\Delta h_{уст}(1 - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2}{2\omega k\cdot\dfrac{\varphi}{\omega k}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k_ф}}}} + \frac{Q_u\sqrt{\dfrac{\varphi}{\omega k}}(1 - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})}{2\omega k\cdot\dfrac{\varphi}{\omega k}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} =$$

$$= \frac{h_u\cdot\varphi(2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1 - 2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})}{2\varphi e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} - \frac{\varphi\Delta h_{уст}(1 - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2}{2\varphi e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} + \frac{\dfrac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega k}}(1 - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})}{2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}$$

и подставляя A по (8), получим

Таким образом

$$h_x = h_u \cdot \frac{1 + e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} - \Delta h_{уст} \frac{(1 - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2}{2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} + \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\ k}} \cdot \frac{(1 - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})}{2e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}. \qquad (14)$$

Подставляя в полученную зависимость граничное условие в устье $x = L$; $h_x = 0$, получим

$$0 = h_u \cdot \frac{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} - \Delta h_{уст} \frac{(1 - e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2}{2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} + \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\ k}} \cdot \frac{(1 - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})}{2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}},$$

откуда зависимость для расчета потерь напора в дрене от истока до её устья имеет вид:

$$h_u = Дh_{уст} \frac{(1 - e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}})^2}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}} - \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\, щk}} \cdot \frac{1 - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}} \qquad (15)$$

Подставляя h_u из (15) в (13), получим значение приточности в истоке дрены

$$q_u = \varphi\Delta h_{уст} - \varphi\Delta h_{уст} \frac{(1 - e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}})^2}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} + \frac{\varphi Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\ k}} \cdot \frac{1 - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} =$$

$$= \varphi\Delta h_{уст} \left(\frac{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - 1 + 2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}} \right) + \sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}} \cdot Q_u \cdot \frac{1 - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}.$$

Таким образом

$$q_u = \varphi Дh_{уст} \frac{2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}} + \sqrt{\frac{\varphi}{щk}} \cdot Q_u \cdot \frac{1 - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{1 + e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}} \qquad (16)$$

Для нахождения потерь напора по длине дрены, подставляя h_u из (15) в (14), получим

$$h_x = \Delta h_{уст} \frac{\left(1 - e^{L\sqrt{A}}\right)^2}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} \cdot \frac{1 + e^{2x\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}}} - \Delta h_{уст} \cdot \frac{\left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2}{2e^{x\sqrt{A}}} - \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\, k}} \cdot \frac{1 - e^{2L\sqrt{A}}}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} \cdot \frac{1 + e^{2x\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}}} +$$

$$+ \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\, k}} \cdot \frac{1 - e^{2x\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}}} = \frac{\Delta h_{уст}}{2e^{x\sqrt{A}}} \left[\frac{\left(1 - e^{L\sqrt{A}}\right)^2 \cdot \left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right)}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} - \left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2 \right] -$$

$$- \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\, k} \cdot 2e^{x\sqrt{A}}} \left[\frac{\left(1 - e^{2L\sqrt{A}}\right) \cdot \left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right)}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} - \left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right) \right] =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст}}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} \cdot \left(1 - e^{L\sqrt{A}}\right)^2 \left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right) - \left(1 - e^{x\sqrt{A}}\right)^2 \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right) -$$

$$- \frac{Q_u \left[\left(1 - e^{2L\sqrt{A}}\right) \cdot \left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right) - \left(1 - e^{2x\sqrt{A}}\right) \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)\right]}{\sqrt{\varphi\omega\, k} \cdot 2e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст} \left(1 - 2e^{L\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}}\right)\left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right) - \left(1 - 2e^{x\sqrt{A}} + e^{2x\sqrt{A}}\right) \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} -$$

$$- \frac{Q_u \left(1 + e^{2x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} - 1 - e^{2L\sqrt{A}} + e^{2x\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}}\right)}{\sqrt{\varphi\omega\, k} \cdot 2e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст} (1 - 2e^{L\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} + e^{2x\sqrt{A}} - 2e^{L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} - 1 + 2e^{x\sqrt{A}} - e^{2x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} +$$

$$+ \frac{2e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}})}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} - \frac{Q_u 2 \cdot \left(e^{2x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}}\right)}{\sqrt{\varphi\omega\, k} \cdot 2e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст}\, 2\left(- e^{L\sqrt{A}} - e^{L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} + e^{x\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}}\right)}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} - \frac{Q_u e^{2x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}}}{\sqrt{\varphi\omega\, k} \cdot e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст} \left[e^{L\sqrt{A}} \cdot e^{x\sqrt{A}} \left(e^{L\sqrt{A}} - e^{x\sqrt{A}}\right) - \left(e^{L\sqrt{A}} - e^{x\sqrt{A}}\right)\right]}{e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} - \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\, k}} \frac{e^{2x\sqrt{A}} - e^{2L\sqrt{A}}}{e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta h_{уст} \left(e^{L\sqrt{A}} - e^{x\sqrt{A}}\right) \cdot \left(e^{L\sqrt{A}} \cdot e^{x\sqrt{A}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)} + \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\, k}} \frac{e^{2L\sqrt{A}} - e^{2x\sqrt{A}}}{e^{x\sqrt{A}} \left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)}$$

Таким образом, потери напора от расчетного сечения на расстоянии x от истока до устья дрены (т.е. на участке L-x) определяются по формуле:

$$h_x = \frac{\text{Д}h_{уст}\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}} - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}}\right)\cdot\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}} + 1\right)} + \frac{Q_u}{\sqrt{\varphi\,\text{щk}}}\cdot\frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}} - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щк}}}} + 1\right)} \qquad (17)$$

Для получения зависимости расхода по длине дрены, преобразуем (12):

$$Q = \frac{Q_u + \frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2}e^{x\sqrt{A}} + \frac{Q_u - \frac{q_u}{\sqrt{A}}}{2e^{x\sqrt{A}}} = \frac{Q_u\sqrt{A} + q_u}{2\sqrt{A}}e^{x\sqrt{A}} + \frac{Q_u\sqrt{A} - q_u}{2\sqrt{A}\cdot e^{x\sqrt{A}}} =$$

$$= \frac{\left(Q_u\sqrt{A} + q_u\right)\cdot 2e^{x\sqrt{A}} + Q_u\sqrt{A} - q_u}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}}} = \frac{Q_u\sqrt{A}\left(e^{2x\sqrt{A}} + 1\right) + q_u\left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}}}$$

Подставляя h_x по (17) в (3), получим:

$$q_x = \varphi\left(\Delta h_{уст} - h_x\right) = \varphi\Delta h_{уст}\left[1 - \frac{\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\right)\cdot\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)}\right] -$$

$$- \frac{\varphi Q_u}{\sqrt{\varphi\omega\ k}}\,\frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)} = \varphi\Delta h_{уст}\ \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\left(e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)}\right] -$$

$$- \sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}\cdot Q_u\cdot\frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)} = \varphi\Delta h_{уст}\cdot\frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)} -$$

$$- \sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}\cdot Q_u\cdot\frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}\cdot\left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1\right)}$$

Таким образом, приточность к дрене на расстоянии x от истока имеет вид:

$$q_x = \varphi Дh_{уст} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)} - \sqrt{\frac{\varphi}{щk}} \cdot Q_u \cdot \frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} - e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)} \tag{18}$$

$$Q = \frac{\varphi \Delta h_{уст} \cdot \frac{2e^{L\sqrt{A}}}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} \cdot \left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right) + Q_u\sqrt{A}\left(e^{2x\sqrt{A}} + 1\right) + Q_u\sqrt{A}\,\frac{1 - e^{2L\sqrt{A}}}{1 + e^{2L\sqrt{A}}}\left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}}} =$$

$$= \frac{\varphi \Delta h_{уст} \cdot \frac{2e^{L\sqrt{A}}}{1 + e^{2L\sqrt{A}}} \cdot \left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right) + Q_u\sqrt{A}\left[\frac{\left(1 + e^{2L\sqrt{A}}\right)\cdot\left(1 + e^{2x\sqrt{A}}\right) + \left(1 - e^{2L\sqrt{A}}\right)\cdot\left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{1 + e^{2L\sqrt{A}}}\right]}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}}} =$$

$$= \frac{\varphi \Delta h_{уст} \cdot 2e^{L\sqrt{A}} \cdot \left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{A}} + 1\right)} + Q_u\sqrt{A}\left[\frac{\left(e^{2L\sqrt{A}} + 1\right)\left(e^{2x\sqrt{A}} + 1\right) - \left(e^{2L\sqrt{A}} - 1\right)\left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{2\sqrt{A}\,e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{A}} + 1\right)}\right] =$$

$$= \frac{\varphi \Delta h_{уст}}{\sqrt{A}}\,\frac{e^{L\sqrt{A}}\left(e^{2x\sqrt{A}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{A}} + 1\right)} +$$

$$+ \frac{Q_u\left(e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} + e^{2x\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} + 1 - e^{2L\sqrt{A}} \cdot e^{2x\sqrt{A}} + e^{2x\sqrt{A}} + e^{2L\sqrt{A}} - 1\right)}{2e^{x\sqrt{A}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{A}} + 1\right)}$$

Подставляя значение q_u из (16), получим

Таким образом, с учетом (А) по (8) зависимость для расчета расхода на расстоянии x от истока (L-x от устья)

$$Q = \sqrt{\varphi щk} \cdot Дh_{уст} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} - 1)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} (e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)} + Q_u \frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)} \tag{19}$$

Из (19) находим расход в устье дрены (при x = L):

$$Q_{уст} = \sqrt{\varphi щk} \cdot Дh_{уст} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}} \cdot \frac{(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} - 1)}{(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)} + Q_u \frac{2e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}}}{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} \cdot (e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{щk}}} + 1)}$$

Таким образом

$$Q_{уст} = \sqrt{\varphi \text{щ}k} \cdot \text{Д}h_{уст} \cdot \frac{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} - 1}{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1} + 2Q_u \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}}}{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1} \qquad (20)$$

Проверим работу формул на границах.

По (17) в устье при $x = L \rightarrow h_x = 0$. По (18) в устье при $x = L \rightarrow$ $q_x = \varphi \Delta h_{ст}$.

По (20) в истоке при $x = L \rightarrow Q = Q_u$.

Для случая симметричного осушения относительно сечения $x = 0$ пластовой дреной в обе стороны (межканальная полоса с расстоянием между каналами 2L): расход в истоке дрены $Q_u = 0$ и полученные формулы примут вид:

$$h_x = \frac{\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} - e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}}\right) \cdot \left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1\right)} \cdot \text{Д}h_{уст} \qquad (17')$$

$$q_x = \varphi \text{Д}h_{уст} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot \left(e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1\right)} \qquad (18')$$

$$Q_x = \sqrt{\varphi \text{щ}k} \cdot \text{Д}h_{уст} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot \left(e^{2x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} - 1\right)}{e^{x\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} \cdot \left(e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\text{щ}k}}} + 1\right)} \qquad (19')$$

Определим значения Q, q, h_x на левой и правой границах.

При $x = 0$

$Q_0 = 0$ (18")

$$h_0 = \frac{\left(e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - 1\right)^2}{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1} \cdot \Delta h_{уст}\,, \qquad (17")$$

$$q_0 = \varphi \cdot \Delta h_{уст} \frac{2e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}}}{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1}. \qquad (20")$$

При $x = L$

$$Q_L = \sqrt{\varphi\omega k} \cdot \frac{e^{L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} - 1}{e^{2L\sqrt{\frac{\varphi}{\omega k}}} + 1} \cdot \Delta h_{уст}\,, \qquad (18''')$$

$h_L = 0$ (17''')

$q_L = \varphi \cdot \Delta h_{уст}$ (20''')

где по (6) $\varphi = K_{гр}/m$, с размерностью м/с; $\omega = b_{др}$, с размерностью м^2.

Проверка размерностей показывает правильность полученных формул.

Следует отметить, что при хорошей проводимости и большом поперечном сечении дрены и при осушении слабоводопроницаемых почв можно выбрать расстояния между каналами-осушителями такие, что потери напора h_0 по (17'') много меньше Δhуст. Тогда действующий напор и в истоке и в устье практически одинаков, в результате чего происходит равномерное понижение УГВ вдоль пластовой дрены, т.е. схема рисунка остается действительной и после снижения УГВ ниже поверхности земли.

Выводы и обсуждение

Естественные пластовые дрены сами по себе оказывают значительное осушительное действие, в результате чего меньшей оказывается нагрузка на проектируемую осушительную сеть. Так, практика осушения в Полесье показала, что при глубоких, врезанных в подстилающий, хорошо водопроводящий песок проводящих каналах с расстояниями между ними 200-600 м дополнительно устраиваемая сеть осушителей с различными междренными расстояниями практически не играет роли. Учитывая необходимость экономии средств при проведении реконструкции, следует осуществлять расчет осушительного действия пластовой дрены по полученным зависимостям. С учетом этого значительно уменьшаются расчетные объемы воды, подлежащие отводу осушительной сетью, в результате чего она может устраиваться в несколько раз более разреженной, чем в случае расчета без учета осушительного действия пластовой дрены. В связи с большими удельными затратами осушительной сети экономия средств при этом будет составлять от сотен до тысяч долларов на гектар реконструируемой системы.

Литература

1. Вахонин Н.К. Особенности формирования водного режима территорий, осушенных дренажем с затопленным устьем // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Минск. – 1982. – 24 с.

Summary

Vakhonin N. Calculation drainage action of layer drain with provision for water motion with variable mass

In article is realized the conclusion of formulae for calculation of layer drain work. There are received dependencies for calculation of pressure losses, as well as inflowing and water flow in layer drain with provision for water motion in it with variable mass. Dependencies provide the possibility of account drainage action of layer drain at calculation reclamation systems parameter when designing reconstruction.

Поступила 19 февраля 2008 г.