

УДК 631.559:632.1

**ПРИБЛИЖЕННАЯ КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ  
ФАКТОРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ФОРМИРОВАНИЕ  
УРОЖАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР**

**А.П. Лихацевич**, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси  
Институт мелиорации и луговодства НАН Беларуси

Известно, что растения в процессе роста и формирования (создания) урожая требуют постоянного, в необходимом количестве притока энергии (факторов) окружающей среды (космической и земной). Изучение влияния факторов жизни растений на процесс создания урожая явилось основой создания теории земледелия. К настоящему времени установлены и являются общепризнанными пять законов земледелия [1]:

1. *Закон равнозначности и незаменимости факторов жизни растений* – получение максимально возможного высокого урожая возможно только при бесперебойном снабжении растений всеми факторами в оптимальном количестве.

2. *Закон минимума (минимума, оптимума, максимума)* – «величина урожая определяется фактором, находящимся в минимуме. Наибольший урожай формируется при оптимальном наличии фактора. При минимальном и максимальном значениях урожай неосуществим». Именно в такой формулировке закон был впервые представлен Ю. Либихом, который считал, что рост урожая прямо пропорционален «напряжению» фактора, находящегося в минимуме, т.е.

$$Y = AX, \quad (1)$$

где  $Y$  – урожай;  $A$  – коэффициент пропорциональности для фактора, находящегося в минимуме;  $X$  – напряжение данного фактора.

Другими словами, каждая сельскохозяйственная культура в процессе естественного (и искусственного) отбора адаптировалась к некоторому наблюдаемому диапазону условий внешней среды, в рамках которого действие любого фактора может быть благоприятным, нейтральным (оптимальным) и неблагоприятным. Причем степень «неблагоприятности» (по Ю. Либиху – величина «напряжения») внешних условий связана с отклонением лимитирующего фактора от своего оптимального (номинального) значения. Максимальные потери урожая вызывает фактор, находящийся в минимуме, т.е. наиболее удаленный от своего номинала.

3. *Закон совокупного действия факторов жизни растений*. На основании многочисленных опытов Э. Митчерлих установил, что прибавка урожая зависит от каждого фактора роста, его «интенсивности». Данный закон можно считать следствием первых двух законов. В этой связи В.Р. Вильямс указывал, что прогресс возможен лишь в том случае, когда воздействие направлено одновременно на весь комплекс условий, в которых формируется урожай.

4. Закон возрата – вещество и энергия, отчужденные из почвы с урожаем, должны быть компенсированы (возвращены в почву) с определенной степенью превышения. Этот закон, открытый Ю. Либихом, К.А. Тимирязев и Д.Н. Прянишников признавали одним из величайших приобретений агрономической науки. Закон возрата – научная основа воспроизводства почвенного плодородия, частный случай проявления всеобщего закона сохранения вещества и энергии.

5. Закон «убывающего плодородия почвы» – каждая последующая прибавка урожая достигается с большими затратами, чем предыдущая. Абсолютизация данного закона подверглась уничтожающей критике, вплоть до обвинений в социальной опасности. Один из многочисленных его критиков – В.И. Ленин справедливо указывал, что закон убывающего плодородия почвы не применим в тех случаях, когда прогрессирует система земледелия (уровень агротехники); данный закон справедлив только тогда, когда способ производства растениеводческой продукции и его техническое обеспечение остаются неизменными. Многолетний агрономический опыт подтверждает приведенные доводы, в соответствии с которыми закон убывающего плодородия почвы следует признать относительным в отличие от четырех предыдущих, имеющих абсолютный характер.

Таким образом, теория земледелия знает пять качественных законов создания урожая, включая четыре абсолютных и один относительный. Вместе с тем, согласно известному утверждению, языком любой теории является математика, позволяющая количественно описать предмет исследований. Решая эту задачу, на основании абсолютных законов земледелия (равнозначности и незаменимости, минимума, совокупного действия факторов окружающей среды) нами была предложена приближенная количественная модель урожая сельскохозяйственной культуры [2]. При этом в основу модели был положен принцип, который можно охарактеризовать как *шестой закон земледелия – закон градиентов*. Он гласит, что количественную оценку влияния любого фактора окружающей среды на урожай можно осуществить с помощью функции соответствующего градиента, являющегося относительной мерой отклонения показателя (характеристики) данного фактора от своего оптимального значения (номинала). Согласно аналитическим выводам, приведенным в [2], [3], справедливо выражение

$$q_i = 1 - \frac{R_i}{R_{ino}}, \quad (2)$$

где  $q_i$  – значение градиента  $i$ -го фактора окружающей среды;  $R_i$  – фактическое значение  $i$ -го фактора;  $R_{ino}$  – номинальное значение  $i$ -го фактора, при котором влияние данного фактора на урожай отсутствует (нейтрально, оптимально).

В уравнении (2) диапазон возможного изменения каждого фактора жизни растений ограничен рамками

$$0 \leq \frac{R_i}{R_{ino}} \leq 2. \quad (3)$$

При этом значение градиента  $i$ -го фактора может в соответствии с (2) колебаться в пределах

$$-1 \leq q_i \leq 1. \quad (4)$$

При положительном значении градиента урожай растет, при отрицательном – снижается. Нулевой градиент означает, что данный фактор соответствует своему номиналу и не оказывает никакого влияния на формирование урожая, позволяя получать его максимум в соответствующей  $i$ -му фактору мере. Единичное значение градиента (в абсолютном выражении) означает достижение  $i$ -м фактором критического значения, вызывающего гибель растения, т.е. нулевой урожай.

Аналитическое выражение градиента формулой (2) не применимо для случая, когда избрана такая мера фактора, при которой его номинальное значение (оптимум) равно, либо близко нулю. В подобной ситуации справедлива зависимость

$$q_i = \frac{R_{ino} - R_i}{R_{imax} - R_{imin}}, \quad (5)$$

где  $R_{imax}$ ,  $R_{imin}$  – встречающиеся в природе максимальное и минимальное значения  $i$ -го фактора, соответственно.

Не сложно показать, что формула (2) является частным случаем зависимости (5) при справедливости граничного условия.

$$R_{imax} - R_{imin} = R_{ino}. \quad (6)$$

В соответствии с предложенной нами расчетной схемой градиенты (степень воздействия) рассматриваемых факторов влияют на урожай следующим образом [2]

$$y = y_p \cdot (1 - q_1^2) \cdot (1 - q_2^2) \cdot \dots \cdot (1 - q_i^2) \cdot \dots, \quad (7)$$

где  $Y_p$  – потенциально возможный урожай, который можно вырастить при равенстве всех урожаяформирующих факторов своим оптимальным значениям (номиналам).

Если рассматривать влияние на урожай только фактора жизни растений, находящегося в минимуме, то можно ограничиться частным случаем зависимости (7), в соответствии с которой

$$y = y_{max} \cdot (1 - q_1^2), \quad (8)$$

где  $Y_{max}$  – максимальный урожай, который можно получить при доведении значения лимитирующего фактора до своего номинала;  $q_1$  – градиент лимитирующего фактора.

В принципиальном плане зависимость (8) подобна известной формулировке закона минимума (1), в которой коэффициентом пропорциональности является максимальный урожай ( $A = Y_{max}$ ), а «напряжение» лимитирующего фактора равно недостатку квадрата его градиента до единицы, т.е.  $X = 1 - q_1^2$ .

Существенной особенностью окружающей природной среды является во многом непредсказуемый (стохастический, вероятностный) ее характер. В любом случае нельзя утверждать, что можно установить с высокой точностью (вероятностью, равной единице) значения показателей, входящих в формулы градиента (2), (5). Наоборот, очевидно, что эти значения определяются (предсказываются, планируются), как правило, с некоторой вероятностью. Это задает вероятностный характер и величинам градиентов (2), (5). В свою очередь, реакция растений на отклонения факторов окружающей среды в ту или другую сторону от оптимума также зависит от многих, часто неустановленных причин, т.е. имеет вероятностную природу. Из приведенных рассуждений, которые сформулированы совместно с В.Н. Карнауховым [3], вытекает *седьмой закон земледелия – закон стохастической (вероятностной) природы создания (формирования) урожая*. В соответствии с ним приближенная модель урожая сельскохозяйственной культуры (7) принимает вид

$$\frac{y}{y_p} = 1 - \Phi_1 q_1^2 - 1 - \Phi_2 q_2^2 \dots 1 - \Phi_i q_i^2 \dots 1 - \Phi_0 \dots \quad (9)$$

где  $\Phi_i$  – вероятность точного установления истинного значения градиента  $i$ -го фактора;  $\Phi_i q_i^2$  – вероятное значение квадрата градиента  $i$ -го фактора жизни растений;  $\Phi_0$  – функция, учитывающая распределение градиентов и вероятных сочетаний значений неучтенных факторов.

Зависимость (9) симметрична относительно любого из факторов, что равносильно выполнению закона равнозначности и незаменяемости факторов жизни растений. В модели урожая (9) четко соблюдены основные законы земледелия, включая и относительный закон «убывающего плодородия почвы». Следствием данной модели является вывод: чем выше потенциал урожайности сельскохозяйственной культуры, тем жестче ее требования к урожаеформирующим факторам и тем выше вероятность потерь урожая при отклонении любого из факторов жизни растений от своего номинала.

Величину урожая, как и значение урожаеобразующего фактора, можно также выразить через градиент

$$G_y = 1 - \frac{y}{y_p}, \quad (10)$$

где  $G_y$  – градиент создания (формирования) урожая.

С использованием выражения (10) функция (9) приводится к виду

$$G_y = \Phi_1 q_1^2 + 1 - \Phi_1 q_1^2 - \Phi_2 q_2^2 + 1 - \Phi_2 q_2^2 - \Phi_3 q_3^2 + \dots 1 - \Phi_i q_i^2 - \Phi_0 \dots \quad (11)$$

В соответствии с формами модели (9), (11) можно предложить следующую схему определения ожидаемой (планируемой) величины урожая:

1. В первом приближении урожай рассчитывается по лимитирующему (находящемуся в минимуме) фактору окружающей среды

$$y_1 = y_{\max} \cdot 1 - \Phi_1 q_1^2 \cdot 1 - \Phi_{02} \quad (12)$$

либо

$$G_{y1} = \Phi_1 q_1^2 + 1 - \Phi_1 q_1^2 \Phi_{02}, \quad (13)$$

где  $\Phi_{02}$  – функция, учитывающая распределение градиентов и вероятных значений других факторов, начиная со второго. Весьма часто функция распределения вероятностей наступления событий ( $R_i, R_{ino}$ ), задающих определенное (предсказанное, планируемое) значение соответствующего градиента ( $q_i$ ), подчиняется нормальному закону.

2. Во втором приближении учитывается вероятное значение градиента фактора, находящегося в минимуме после оптимизации первого фактора

$$y_2 = y_{\max} \cdot 1 - \Phi_1 q_1^2 \cdot 1 - \Phi_2 q_2^2 \cdot 1 - \Phi_{03} \quad (14)$$

где  $\Phi_{03}$  – функция, учитывающая распределение градиентов и вероятных значений факторов среды, начиная с третьего.

В формуле (13) в данном случае

$$\Phi_{02} = \Phi_2 q_2^2 + 1 - \Phi_2 q_2^2 \Phi_{03}. \quad (15)$$

3. Расчет продолжается в указанной последовательности до тех пор, пока не будут учтены все известные градиенты факторов окружающей среды.

Для выполнения расчета по предложенной схеме необходимо, прежде всего, установить лимитирующий фактор. Известно, что законы земледелия определяют взаимодействие факторов жизни растений на общебиологическом уровне. В сельскохозяйственном производстве действие этих законов можно учесть в научно обоснованных системах земледелия, что проявляется через растущее плодородие почвы [1], которое во многих случаях совместно с вносимыми удобрениями лимитирует урожай.

В.Р. Вильямс под плодородием понимал способность почвы к «одновременному» и «в максимально потребных количествах» удовлетворению потребности растений в воде и пище, придав тем самым определяющую роль в воспроизводстве почвенного плодородия земным факторам жизни растений (уровню питания и водообеспеченности). Однако известно, что плодородие, как объективное свойство почвы, есть только одно из условий получения урожая. Величина урожая определяется, помимо почвенного плодородия, уровнем агротехники, потенциальными (генетическими) возможностями возделываемой культуры, климатом и т.д. Поэтому напрямую с урожаем плодородие почвы связано только при оптимальности всех прочих условий [1].

Вместе с тем в условиях Беларуси, как правило, именно почвенное плодородие и дозы внесения удобрений лимитируют урожай сельскохозяйственных культур, как на осушенных, так и на автоморфных почвах, т.е. в нашей природной зоне фактор питания растений часто находится в минимуме. Подтверждением тому является максимум корреляции урожая основных сельскохозяйственных культур с дозой вносимых удобрений на землях с благоприятным

водным режимом. Другие урожаеформирующие факторы окружающей среды в меньшей степени влияют на величину урожая [4]. Поэтому определение (планирование, прогноз) урожая следует проводить по схеме (12) – (15), начиная с учета уровня питания растений.

Предложенная нами модель урожая сельскохозяйственной культуры, безусловно, является приближенной, поскольку основана на допущениях, позволяющих существенно упростить ее аналитическое выражение [2]. Можно оценить степень ее адекватности, ограничив область определения (применения модели) границами, в которых результаты расчета будут наиболее близки к данным полевого опыта.

Для этого сошлемся, прежде всего, на подобные разработки других авторов. Их достаточно много. В числе обобщающих работ можно привести результаты анализа зависимостей урожайности от влагообеспеченности, полученные В.А. Синиковым [5]. Им предложена расчетная зависимость, практически совпадающая с частным случаем нашей модели,

$$y = y_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{E_{\max} - E}{E_{\max} - E_{\text{кр}}} \right)^2 \right], \quad (16)$$

где  $E$ ,  $E_{\max}$ ,  $E_{\text{кр}}$  – влагообеспеченности, соответствующие текущей (фактической), максимальной и нулевой урожайности.

В уравнении (16) градиент влагообеспеченности сельскохозяйственной культуры равен

$$q = \frac{E_{\max} - E}{E_{\max} - E_{\text{кр}}}. \quad (17)$$

Как видим, значение градиента в данном случае совпадает с (5) при  $R_{\min} = E_{\text{кр}}$ . Если же  $E_{\text{кр}} = 0$ , то автоматически получаем формулу (2).

Если бы автор (16) попытался продолжить обобщение результатов воздействия всего комплекса факторов окружающей среды на урожай, а не только одной влагообеспеченности, то модель, подобная нашей, могла бы появиться на 15 лет раньше. Вместе с тем, В.А. Сиников ограничился предложением (16), подтвердив справедливость этой формулы ссылкой на результаты полевых исследований, выполненных в Киргизии и на Северном Кавказе и включающих около 200 экспериментальных точек. Коэффициент корреляции превысил 0,8.

В качестве альтернативы можно привести также интересную разработку В.А. Попова, который предложил математическое выражение закона лимитирующего фактора и его приложение к задачам мелиоративного земледелия [6]. Авторская формулировка имеет следующий вид (в наших обозначениях):

$$y = y_{\max} \exp^{-4,5q_1^2}, \quad (18)$$

здесь  $q_1$  – градиент лимитирующего фактора, вычисленный по (2).

Причем результаты расчета с использованием (18), по утверждению автора, дают ошибку, не превышающую в среднем 3,6%. Это уникальный результат, который можно принять за основу при определении области применения нашей модели.

Выполненные сравнительные вычисления подтвердили сходимость (совпадение) этих моделей в области  $0,5 Y_{\max} \leq Y \leq Y_{\max}$ , если цифровую координатную ось (0...1,0)  $R/R_{\text{по}}$  нашей модели разместить в границах (0,5...1,0)  $R/R_{\text{по}}$  модели В.А. Попова. При этом расхождения в расчетах не превышают 5%. Если учесть точность определения исходных характеристик (количественных значений факторов окружающей среды), то в области  $0,5 Y_{\max} \leq Y \leq Y_{\max}$  нашу модель и модель В.А. Попова можно считать идентичными. В то же время в качестве преимуществ при использовании в расчетах именно алгоритма (12) – (15) можно привести следующее:

1. Предлагаемая нами модель не содержит эмпирических коэффициентов, все ее составляющие имеют четкий физический смысл, в то время как в формуле В.А. Попова (18) присутствует в показателе степени числовой коэффициент, физический смысл которого не ясен. Возможна его региональная природа, что предопределяет необходимость уточнения значения данного коэффициента для каждой сельскохозяйственной культуры в каждом регионе.

2. Формулы (12) – (15) элементарны, расчеты по ним можно выполнить с помощью любого калькулятора, в то время как для (18) необходим калькулятор с экспоненциальной функцией. Вместе с тем точность расчета по (12) – (15) в области определения соответствует точности (18).

3. Методика В.А. Попова при определении (прогнозе, планировании) урожая позволяет учесть только лимитирующий фактор. Наша модель не ограничивает количество учитываемых факторов, т.е. она в большей степени отвечает закону совокупного действия факторов жизни растений на формирование урожая.

Указанные положительные качества предлагаемой модели расчета (прогноза, планирования) урожайности сельскохозяйственных культур позволяют рекомендовать ее для практического применения в указанной области определения.

#### **Литература**

1. Земледелие. Под ред. проф. С.А. Воробьева. Учеб. для ВУЗов. – М.: Агропромиздат, 1991. – С. 10-24.
2. Лихацевич А.П. Модель влияния регулируемых факторов окружающей среды на урожай сельскохозяйственных культур // Мелиорация переувлажненных земель. – 2004. – № 2 (52). – С. 123-143.
3. Лихацевич А.П., Карнаухов В.Н. Модель динамики урожайности сельскохозяйственных культур в зависимости от изменчивости природно-климатических факторов // Мелиорация переувлажненных земель. – 2005. – № 2 (54). – С. 108-117.

4. Шкутов Э.Н. Определение расчетного уровня урожайности сельскохозяйственных культур на мелиоративных системах // Мелиорация переувлажненных земель. Сб. научн. работ БелНИИМил. Т. 50. – 2003. – С. 48-63.
5. Сиников В.А. Результаты анализа некоторых зависимостей урожайности от влагообеспеченности // Обоснование норм водопотребности в орошаемом земледелии: Тез. докл. Всесоюз. науч.-практ. конф. – Днепропетровск, 1989.
6. Попов В.А. Математическое выражение закона лимитирующего фактора и его приложение к задачам мелиоративного земледелия // Мелиорация и водное хозяйство. – 1997. – № 2. – С. 30-34.

#### **Summary**

##### ***Likhatsevich A. Approximated quantitative estimation of an effect of the environment factors on forming of crop yield***

Using of the known qualitative laws of farming (equivalence and independence, minimum, joint operation of factors of vital activity of plants) the approximated quantitative model of farm crop yield is proposed. The model is based on the principles which can be characterized as the quantitative laws of farming: *the law of gradients*, upon that, estimation of influence of any factor on a yield can be realized by means of the function of the corresponding gradient which is a relative measure of deviation of a parameter (quantitative characteristic) of the given factor from nominal value (value, defining a top yield); and *the law of the stochastic (random) nature of forming (creation) of yield*. Comparison of the model with known empirical connections between a yield and the limiting factors of environment is presented.