

УДК 626: 8: 624.131.6

### РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ КАПИЛЛЯРНОЙ КАЙМЫ

**К.К. Жибуртович**, кандидат технических наук  
Институт мелиорации и луговодства НАН Беларуси

Для количественной оценки расчетного потока грунтовых вод, величин коэффициента фильтрации грунта ( $K_f$ , м/сут.) и коэффициента водопроводимости ( $T$ , м<sup>2</sup>/сут) недостаточно. Необходимо также располагать величиной горизонтальной водопроницаемости капиллярной каймы грунта.

Расчет коэффициента фильтрации средне- и мелкозернистых песков, минеральных грунтов легкого механического состава производится по формуле [1]:

$$K_f = [(67,5d_{10}^2 + 15,88d_{10}) - (0,049U^2 - 0,533U) - 0,76d_{10}U - 1,324]^2. \quad (1)$$

Крупнозернистых и гравелистых песков по зависимости:

$$K_f = 400d_{10} - 0,32U - 1,33d_{10}U - 47,40. \quad (2)$$

Здесь  $d_{10}$  – диаметр частиц, меньше которых в грунте содержится 10% по весу, мм;

$U = d_{60}/d_{10}$  – коэффициент неоднородности грунта;

$d_{60}$  – диаметр частиц, меньше которых в грунте находится 60 % по весу, мм.

Расчет коэффициента водопроводимости грунтов производится по формуле

$$T = K_f \cdot H, \quad (3)$$

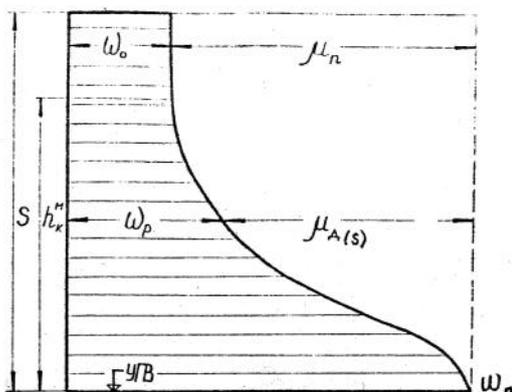
где  $H$  – мощность водоносного горизонта, м.

Коэффициент водопроводимости выражает способность водоносного горизонта мощностью  $H$  и шириной 1 м фильтровать через себя воду или другую жидкость в единицу времени при напорном градиенте, равном единице.

Из приведенных данных видно, что коэффициент фильтрации, коэффициент водопроницаемости капиллярной каймы и коэффициент водопроводимости определяют собой водопроницаемость грунтов и дают ее количественную характеристику.

Водопроницаемость капиллярной зоны значительно меньше водопроницаемости зоны полного насыщения. Для ее определения необходимо знать распределение влажности в капиллярной зоне. Для капиллярной каймы, т.е. капиллярного потока, текущего горизонтально и параллельно основному потоку грунтовых вод, эпюра распределения влажности аналогична эпюре влажности при капиллярном насыщении, которая описывается зависимостью (4) [2], (см. рисунок), путем замены величины  $S$  на  $h$ :

$$W_{(s)} = W_{II} - (W_{II} - W_o) \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erfk} \left( \frac{S - S_{cp}}{\sigma \sqrt{2}} \right)}{2 - \operatorname{erfc} \left( \frac{S_{cp}}{\sigma \sqrt{2}} \right)} \right\}. \quad (4)$$



**Эпюра равновесного влагосодержания**

- S – расстояние от УГВ до расчетной точки, м;
- h – текущая ордината капиллярной каймы ( $h \leq h_{к^м}$ ), м;
- $h_{к^м}$  – величина максимального капиллярного поднятия в грунтах, м;
- $S_{ср}$ ,  $\sigma$  – параметры, характеризующие структуру порового пространства грунта, м.;

$$\operatorname{erfc}(Z) = 1 - \operatorname{erf}(Z), \quad \operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-t^2} dz - \text{функция ошибок.}$$

$$\operatorname{erfc}(-Z) = 2 - \operatorname{erfc}(Z).$$

Для расчета  $W_{п}$ ,  $W_0$ ,  $h_{к^м}$ ,  $S_{ср}$ ,  $\sigma$  легких минеральных грунтов, на основе применения методов планирования эксперимента, получены расчетные зависимости в виде полинома второго порядка в функции от их гранулометрического состава [3-5].

$$\omega_{п} = 0,3166 - 0,002U - 0,253 d_{10} - 0,108 d_{10} + 3,6 d_{10}^2, \quad (6)$$

$$\omega_0 = 0,3744 - 0,011U - 3,651 d_{10} + 0,075 d_{10} U + 9,94 d_{10}^2, \quad (7)$$

$$h_{к^м} = 1,622 - 6,80 d_{10}, \quad (8)$$

$$S_{ср} = 0,694 - 2,01 d_{10}, \quad (9)$$

$$\sigma = 0,680 - 3,35 d_{10}. \quad (10)$$

Зависимости (6)-(10) применимы при  $0,01 \leq d_{10} \leq 0,16$  и  $2 \leq U \leq 8$ .

Параметры  $\omega_{п}$ ,  $\omega_0$ ,  $S_{ср}$ ,  $\sigma$ ,  $h_{к^м}$  определялись прямыми методами. Основная цель проведенных опытов состояла в получении на основе применения математических методов планирования и анализа эксперимента, эмпирической формулы для определения коэффициента дифференциальной (текущей) водоотдачи  $\mu_{д(s)}$  для грунтов легкого механического состава (см. рисунок).

Необходимо было подобрать непрерывную и дифференцируемую функцию, позволяющую при минимальном числе параметров учесть особенности изменения  $\mu_{д(s)}$  в зоне аэрации в зависимости от глубины стояния S уровня грунтовых вод.

Наряду с опытами на высоких колоннах и в полевых условиях основные опыты выполнялись в капилляриметрах (метод отсасывания влаги из насыщенного образца,

С учетом вышеизложенного формула (4) приводится к виду:

$$W_{(h)} = W_{п} - (W_{п} - W_0) \left\{ 1 - \frac{\operatorname{erfc} \left( \frac{h - S_{ср}}{\sigma \sqrt{2}} \right)}{2 - \operatorname{erfc} \left( \frac{S_{ср}}{\sigma \sqrt{2}} \right)} \right\}, \quad (5)$$

где  $W_{(h)}$  – влажность грунта на высоте h над УГВ, дол. ед.;

$W_{п}$  – полная влагоемкость грунта, дол. ед.;

$W_0$  – наименьшая влагоемкость грунта, дол. ед.;

позволяющий непосредственно определять величину  $\mu_{d(s)}$ ). В опытах использовались образцы как нарушенной, так и ненарушенной, естественной структуры грунтов. Согласно требованиям к планированию эксперимента, часть опытов выполнялась с использованием песчаных смесей.

Исследуемые грунты доводились до полного насыщения путем капиллярного подпитывания снизу вверх. Объем вытекшей воды на каждой ступени разрежения фиксировался с точностью до 0,01 г взвешиванием на электрических весах. Опыт заканчивался при вакуумметрическом давлении порядка 2,0-2,5 м. Более подробное описание методики проведения опытов содержится в [6].

Параметр  $\omega_0$  определяли по остаточному влагосодержанию, устанавливаемому после свободного стекания гравитационной влаги выше зоны капиллярной каймы в результате определения  $\mu_{\pi}$  (предельного значения  $\mu_{d(s)}$ ), термостатно-весовым методом.

Значение  $\omega_{\pi}$  определяли как сумму величин

$$\omega_{\pi} = \mu_{\pi} + \omega_0, \quad (11)$$

где  $S_{cp}, \sigma$  – параметры кривой изменения нормированного коэффициента дифференциальной водоотдачи  $\varphi$  в функции от глубины стояния  $S$  (уровня грунтовых вод).

$$\varphi = \frac{\mu_{d(s)}}{\mu_{\pi}} \quad (12)$$

определялись графоаналитическим методом, на вероятностном трафарете и численными методами.

Также была аппроксимирована кривая остаточного (равновесного) влагосодержания исследованных грунтов и графоаналитически определены значения  $h_{k^M}$ , а путем интегрирования кривой равновесного влагосодержания рассчитывалась средняя по высоте влажность в зоне капиллярной каймы  $W^*_{(h)}$ .

По зависимости (5) запасы влаги  $W^*_{(h)}$  определяются как площадь между осью  $h$  и  $W$  соответственно в границах выделенного слоя. Величина площади получается интегрированием выражения (5) или же послойным суммированием.

Влагозапасы ( $W^*$ ) над уровнем грунтовой воды

$$W^* = \frac{1}{h} \int_0^h W_{(h)} dh. \quad (13)$$

После интегрирования и необходимых преобразований, получим:

$$W^*_{(h)} = W_{\pi} - (W_{\pi} - W_0) \left\{ 1 - \frac{\operatorname{ierfc} \left( -\frac{S_{cp}}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \operatorname{ierfc} \left( \frac{h - S_{cp}}{\sigma\sqrt{2}} \right)}{\frac{h}{\sigma\sqrt{2}} [2 - \operatorname{erfc} \left( \frac{S_{cp}}{\sigma\sqrt{2}} \right)]} \right\}. \quad (14)$$

Водопроницаемость капиллярной зоны ( $K_{Bk}$ , м/сут.) составит [7]:

$$K_{BK} = K_{\Phi} \left( \frac{W^{(h)} - W_0}{m - W_0} \right)^{3,5}, \quad (15)$$

здесь  $m$  – пористость грунта, дол. ед.

По формуле (15) рассчитывается водопроницаемость как частично, так и полностью развитой капиллярной каймы.

Для полностью развитой капиллярной каймы, на основе применения методов планирования и анализа многофакторного эксперимента, получены расчетные зависимости в виде алгебраического полинома в функции от гранулометрического состава: характерного диаметра  $d_{10}$  и коэффициента неоднородности  $U$  грунта. В таблице приведена матрица плана эксперимента и результаты промежуточных расчетов по определению коэффициентов уравнения регрессии для  $K_{BK}$ .

Таблица 1. К определению коэффициентов уравнения регрессии для  $K_{BK}$

№ п/п	$X_1$	$X_2$	$X_1 X_2$	$X_1^2$	$X_2^2$	$\sqrt[3,5]{K_{BK}}$	$X_1^*$ $\sqrt[3,5]{K_{BK}}$	$X_2^*$ $\sqrt[3,5]{K_{BK}}$	$X_1 X_2^*$ $\sqrt[3,5]{K_{BK}}$	$X_1^{2*}$ $\sqrt[3,5]{K_{BK}}$	$X_2^{2*}$ $\sqrt[3,5]{K_{BK}}$
1	0,866	0,5	0,433	0,75	0,25	0,968	0,838	0,484	0,419	0,726	0,242
2	-0,866	0,5	-0,433	0,75	0,25	1,360	-1,178	0,680	-0,589	1,02	0,34
3	0	-1	0	0	1	0,072	0	-0,072	0	0	0,072
4	0	1	0	0	1	1,489	0	1,489	0	0	1,489
5	0,866	-0,5	-0,433	0,75	0,25	0,301	0,261	-0,151	-0,130	0,226	0,075
6	-0,866	-0,5	0,433	0,75	0,25	0,327	-0,283	-0,164	0,142	0,245	0,082
7	0	0	0	0	0	0,679	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0,679	0	0	0	0	0
					$\Sigma =$	5,875	-0,362	2,266	-0,158	2,217	2,300

Для принятого плана эксперимента коэффициенты полинома второго порядка находили по формулам [8].

$$b_0 = 0,5 \sum_{U=1}^N \sqrt[3,5]{K_{BK,U}} + (-0,5) \sum_{U=1}^K \sum_{U=1}^N X_{2,U}^2 * \sqrt[3,5]{K_{BK,U}} \quad (16)$$

$$b_i = (-0,5) \sum_{U=1}^N \sqrt[3,5]{K_{BK,U}} + 0,667 \sum_{U=1}^N X_{1,U}^2 * \sqrt[3,5]{K_{BK,U}} + 0,333 \sum_{U=1}^K \sum_{U=1}^N X_{2,U}^2 * \sqrt[3,5]{K_{BK,U}}, \quad (17)$$

$$b_i = 0,333 \sum_{U=1}^N X_{1,U} * \sqrt[3,5]{K_{BK,U}}, \quad (18)$$

$$b_{ij} = 1,333 \sum_{U=1}^N X_{1,U} * X_{2,U} * \sqrt[3,5]{K_{BK,U}}, \quad (19)$$

$$b_0 = 0,5 * 5,875 - 0,5 (2,217 + 2,300) = 0,679,$$

$$b_{11} = -0,5 * 5,875 + 0,667 * 2,217 + 0,333 (2,217 + 2,300) = -0,0454,$$

$$b_{22} = -0,5 * 5,875 + 0,667 * 2,300 + 0,333 (2,217 + 2,300) = 0,101,$$

$$b_1 = 0,333 (-0,362) = -0,125,$$

$$b_2 = 0,333 (2,266) = 0,7546,$$

$$b_{12} = 1,333 * (-0,158) = -0,2106.$$

С учетом всех коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных принимает вид:

$$\sqrt[3]{K_{BK}} = 0,679 - 0,1205 X_1 + 0,7546 X_2 - 0,2106 X_1 X_2 - 0,0454 X_1^2 + 0,101 X_2^2. \quad (20)$$

Статистическую значимость коэффициентов проверяли с помощью t-критерия Стьюдента при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Критическое значение  $t_{кр}$  выбирали для числа степеней свободы  $N (r-1) = 16$  и  $P = 0,95$  [8].

С учетом статистически значимых коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных приводится к виду:

$$\sqrt[3]{K_{BK}} = 0,679 - 0,1205 X_1 + 0,7546 X_2 - 0,2106 X_1 X_2 + 0,101 X_2^2. \quad (21)$$

После раскодирования переменных уравнение регрессии принимает вид:

$$K_{BK} = [(10,1 d_{10}^2 + 8,83d_{10}^2) + 0,037U + 0,7d_{10} U - 0,167]^{3,5}. \quad (22)$$

Значения  $K_{BK}$ , рассчитанные по зависимости (22), хорошо согласуются с опытными данными (табл.2).

**Таблица 2. Опытные и расчетные значения  $K_{BK}$ , м/сут**

Значения $K_{BK}$	Номер опыта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Опытные	0,89	2,93	0,0001	4,93	0,02	0,03	0,258	0,258
Расчетные	0,80	2,70	0,0001	4,99	0,028	0,036	0,258	0,258

Для определения  $K_{BK}$  крупнозернистых и гравелистых песчаных грунтов реализован полный факторный эксперимент (П.Ф.Э.) типа  $2^k$  [9].

В табл. 3 приведены результаты эксперимента и уровни факторов в натуральном и кодовом значении.

**Таблица 3. Результаты эксперимента и уровни факторов для  $K_{BK}$**

U	$d_{10}$	$K_{BK}$	$X_1$	$X_2$	$X_1 X_2$
2,4	0,16	2,360	-1	-1	+1
7,6	0,16	0,660	+1	-1	-1
2,4	0,38	7,943	-1	+1	-1
7,6	0,38	7,484	+1	+1	+1

В качестве математической модели использовали полином первого порядка вида

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2. \quad (23)$$

С учетом статистически значимых коэффициентов уравнение регрессии в кодированных переменных принимает вид

$$K_{BK} = 4,612 - 0,540X_1 + 3,102 X_2 + 0,310 X_1 X_2. \quad (24)$$

После раскодирования переменных уравнение приводится к виду

$$K_{BK} = 22,78 d_{10} - 0,5 U + 1,08 d_{10} U - 0,5. \quad (25)$$

Зависимость (25) применима при  $0,16 \leq d_{10} \leq 0,5$  и  $2 \leq U \leq 8$ . Зависимости (22) и (25) адекватны при  $\alpha=0,05$ .

Полученные расчетные зависимости могут быть использованы применительно к расчетам фильтрационных потерь из каналов при установившейся свободной фильтрации по формулам, учитывающим действие капиллярных сил, а также уровней грунтовых вод и объемов воды, подаваемых извне на мелиоративные системы, при подпочвенном увлажнении.

Значения, полученные по разработанным математическим моделям, могут входить составной частью в результаты, полученные по интерпретированным соответствующим образом формулам В.В. Ведерникова, Б.К. Ризенкампа, Н.Н. Павловского – Н.Н. Веригина, А.Н. Костякова и др., учитывающих капиллярную водопроницаемость и приведенный расход капиллярной каймы.

#### **Литература**

1. Жибуртович К.К. Особенности применения коэффициента фильтрации в гидромелиоративных расчетах // Мелиорация переувлажненных земель. – Тр. БелНИИМил. Т. XLVI. – 1999. – С. 84-96.
2. Гулюк Г.Г., Жибуртович К.К. Оценка влияния мелиоративных систем на сопредельные территории // Вестник БГСХА. Вып. 4. – Горки. – 2004. – С. 73-77.
3. Жибуртович К.К. Расчет наименьшей и полной влагоемкости легких минеральных грунтов // Управление водным режимом мелиорированных земель. Сб науч. работ БелНИИМлВХ. – Мн., 1987. – С. 117-123.
4. Указания по определению емкостных и фильтрационных параметров легких минеральных грунтов. / Сост. К.К. Жибуртович. БелНИИМлВХ, 1988. – 20 с.
5. Жибуртович К.К. Количественная оценка водоотдачи минеральных грунтов легкого механического состава // Осушительные и осушительно-увлажнительные системы. Сб. науч. работ. БелНИИМлВХ.– Мн., 1986. – С. 117-123.
6. Методические указания по определению водно-физических свойств почвогрунтов мелиорируемых земель / Сост.: Г. И. Афанасик, К.П. Лундин. – Мн., 1973. – 84 с.
7. Аверьянов С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. – М.: Колос, 1982. – С. 238.
8. Бродский В.З. и др. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей (справочное изд.). – М.: Наука, 1982. – 752 с.
9. Евдокимов Ю.А., Колесников В.И. и др. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа. – М.: Наука, 1980. – 230 с.

#### **Summary**

##### ***Zhiburtovich K. Procedure for design of water permeability of capillary border***

The procedure for design of water permeability of capillary border of light mineral grounds as a function of a grain-size distribution is presented. The obtained design relations give sufficient (error is no more than 10%) accuracy for engineering designs.