

ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЯ ВОДНОГО РЕЖИМА В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УРОЖАЙНОСТИ САХАРНОЙ СВЕКЛЫ

А. П. Лихацевич¹, доктор технических наук
Г. В. Латушкина¹, кандидат технических наук
А. А. Левкевич¹, младший научный сотрудник
А. В. Малышко², заведующий отделом минерального питания
М. Н. Титова², младший научный сотрудник

¹РУП «Институт мелиорации», г. Минск, Беларусь

²РУП «Опытная научная станция по сахарной свекле», г. Несвиж, Беларусь

Аннотация

Проанализированы различные варианты представления показателя водного режима растений в математической модели урожайности сельскохозяйственных культур. Показано, что лучшим для условий Беларуси является использование в качестве данного показателя месячных сумм атмосферных осадков. Результаты анализа распределения урожайностей сахарной свеклы по 10-летним данным Щучинского госсортоучастка (сахарная свекла NZ-тип) подтвердили достаточно высокую точность математического моделирования. Коэффициент детерминации при сравнении измеренных и рассчитанных урожаев даже без учета атмосферных осадков составил 0,87. Учет водного фактора (атмосферных осадков) повысил данный коэффициент до 0,91. Моделирование связи урожайности сахарной свеклы с двумя урожаеформирующими факторами (пищевой режим и влага) позволило установить оптимальное распределение атмосферных осадков в течение вегетационного периода (май – сентябрь) с общей суммой за этот период 410 мм. По данным метеостанции «Щучин», наибольшее влияние на урожайность сахарной свеклы оказывают атмосферные осадки, выпадающие в начале вегетации (май – июнь).

Ключевые слова: математическое моделирование, факторы среды обитания растений, пищевой режим, увлажнение почвы, урожайность.

Abstract

**A. P. Likhatchevich, G. V. Latushkina, A. A. Levkevich,
A. V. Malyshko, M. N. Titova**

SELECTION OF THE WATER REGIME INDICATOR IN THE MATHEMATICAL MODEL OF SUGAR BEET YIELD

Various variants of the representation of the indicator of the water regime of plants in the mathematical model of crop productivity have been analyzed. It is shown that it is most appropriate for the conditions of Belarus to use monthly precipitation amounts as this indicator. The results of checking the mathematical model of sugar beet yield according to the 10-year data of the Shchuchinsky State Export site (sugar beet of NZ-type) confirmed a sufficiently high accuracy of mathematical modeling. The coefficient of determination when comparing the measured and calculated yields, even without taking into account precipitation, was 0,87. Taking into account the water factor (precipitation) increased this coefficient to 0,91. Modeling the relationship of sugar beet yields with two crop-forming factors (food and moisture) allowed us to establish the optimal distribution of precipitation during the growing season (May - September) with a total amount of 410 mm for this period. According to the Shchuchin weather station, it was found that precipitation falling at the beginning of the growing season (May – June) has the greatest impact on the yield of sugar beet.

Keywords: mathematical modeling, factors of plant habitat, food regime, soil humidification, crop.

Введение

В Беларуси и за рубежом опубликовано много работ с математическим представлением результатов аграрных опытов, направленных на установление взаимосвязи между урожайностью и урожаеформирующими факторами [1–5]. Из-за отсутствия единой методики обработки опытных данных формы предлагаемых эмпирических зависимостей

выбирались в виде полиномов совершенно произвольно и зависели в основном от предпочтений их авторов. Полученные с помощью программ *Excel* такие эмпирические формулы иногда неправомерно назывались «математическими моделями», хотя обобщающих выводов, кроме подтверждения наличия взаимосвязи между рассматриваемыми

показателями, по ним сделать весьма сложно. Согласимся, что эти полиномы «...при любом коэффициенте детерминации не являются действительными моделями урожайности, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное сглаживание данных конкретного эксперимента» [6].

В качестве теоретической основы моделирования урожая сельскохозяйственных культур нами предложена универсальная методика обработки данных агрономических опытов, основанная на физическом принципе баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе. На основе использования данного фундаментального принципа и известных абсолютных законов земледелия (равнозначности и незаменимости, минимума, совокупного действия факторов окружающей среды) нами разработана математическая модель урожайности сельскохозяйственной культуры, которая в простейшей интерпретации имеет форму параболы [7]:

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \prod_{i=1}^n \left[1 - a_i \left(\frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\text{min/max}_i}} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где Y – фактический урожай культуры;

Y_{\max} – максимальный урожай культуры, достижимый только при оптимальных значениях всех учитываемых факторов среды;

Π – знак последовательного произведения функций (от $i = 1$ до $i = n$);

n – число учитываемых в расчете факторов, влияющих на урожай;

f_{opt_i} – оптимальная величина i -го фактора;

Моделирование урожаев сельскохозяйственных культур

Согласно результатам многолетних исследований в Беларуси по биологической эффективности воздействия на урожай на первом месте находится уровень питания, на втором – почвенная влага, на третьем – тепло [7]. Модель (1) допускает учет влияния на урожайность любого числа независимых факторов. Вместе с тем расчеты показали, что даже снижение числа учитываемых урожайформирующих факторов с трех (питательный режим, влага, тепло) до двух (питательный режим, влага) снижает точность расчета по (1) несущественно [7]. Поэтому считаем допустимым

a_i – коэффициент, характеризующий степень влияния i -го урожайформирующего фактора на урожай;

f_i – фактическая величина i -го фактора;

$f_{\text{min/max}_i}$ – условный минимум (или максимум) i -го фактора, при котором формирования урожая не происходит.

Формула (1) является математической моделью урожая в области его возрастания в диапазоне $(0,3-1,0)Y_{\max}$ [7]. Урожайность является функцией урожайформирующих факторов (f_i), которые не могут быть меньше/больше $f_{\text{min/max}_i}$. Ограничения области применения данной формулы объясняются упрощением до формы параболы более сложной математической модели урожайности сельскохозяйственных культур, соответствующей фактическому распределению урожаев в критических условиях. В области $Y < 0,3Y_{\max}$ модель (1) просто не работает.

Для использования предложенной формулы в практических расчетах достаточно знать три опорные характеристики модели урожайности: максимальную урожайность (Y_{\max}), оптимальные (f_{opt_i}) и минимальные или максимальные значения i -го урожайформирующего фактора ($f_{\text{min/max}_i}$).

Исходные положения, использованные нами при теоретических построениях, не связаны с какими-либо ограничениями. Поэтому математическая модель урожая, представленная в виде криволинейной функции (1), справедлива в указанной области применения для любой сельскохозяйственной культуры в любых условиях ее возделывания, в том числе и для сахарной свеклы в условиях Беларуси.

рассмотрение на первом этапе только двух-факторного эксперимента с сахарной свеклой, при котором, согласно (1), будет обоснована следующая форма математической модели урожайности:

$$\frac{Y}{Y_{2(\max)}} = \left[1 - a_F \left(\frac{F_{\text{opt}} - F}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}} \right)^2 \right] \times \left[1 - a_S \left(\frac{S_{\text{opt}} - S}{S_{\text{opt}} - S_{\text{min(max)}}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где $Y_{2(\max)}$ – максимум урожая, полученный при учете 2 урожаеформирующих факторов среды обитания растений;

F, S – показатели, характеризующие соответственно пищевой и водный режимы сельскохозяйственной культуры;

a_F, a_S – безразмерные коэффициенты, характеризующие соответственно степень влияния пищевого режима и влаги на урожай;

$F_{\text{opt}}, S_{\text{opt}}$ – оптимальные количества пищевого и водного факторов, при которых достигается максимум урожая;

$F_{\text{min}}, S_{\text{min/max}}$ – граничные показатели, при которых урожай не формируется.

Опорные показатели модели урожайности ($Y_{2(\max)}, a_F, a_S, F_{\text{opt}}, S_{\text{opt}}, F_{\text{min}}, S_{\text{min/max}}$) определяются методом подбора с использованием данных (Y, F, S) за многолетний период. Метод подбора опорных показателей математической модели урожая состоит в повторении вычислений по формуле (2) при разных опорных показателях до минимизации средних квадратичных отклонений урожаев, вычисленных по (2), от урожаев, измеренных в поле, и реализуется по схеме:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - Y_{\text{изм.}i})^2}{n-1}} \rightarrow \min, \quad (3)$$

где δ – среднее квадратичное отклонение урожаев, вычисленных по формуле (2), от урожаев, измеренных в поле за n -летие;

Y_i – урожай, вычисленный по формуле (2) для условий i -го года;

Показатели водного режима растений

Показатели водного режима растений в научной литературе существенно различаются. Например, В. А. Сиников в качестве основного показателя выбрал водопотребление растений. В результате анализа зависимостей урожайности от влагообеспеченности он получил расчетную зависимость [10]:

$$Y = Y_{\max} \left[1 - \left(\frac{E_{\max} - E}{E_{\max} - E_{\text{кр}}} \right)^2 \right], \quad (4)$$

где $E, E_{\max}, E_{\text{кр}}$ – водопотребление, соответствующее текущей (фактической), максимальной и нулевой урожайности.

$Y_{\text{изм.}i}$ – фактический урожай, полученный в поле в условиях i -го года;

i – порядковый номер года в многолетии;

n – количество лет в расчетном ряду.

Анализ многочисленных публикаций показал, что выбор показателей, необходимых для наполнения цифровой информацией вышеприведенной математической модели урожая (2), не является тривиальной задачей. Так, исследователи, работавшие с разными культурами (огурцы, сладкий перец, баклажаны, рассадный лук, озимая тритикале, ячмень), предлагали в качестве показателя пищевого режима различные варианты. Например, использовалась доза внесения только азотных удобрений [4, 5, 8, 9]; расчеты велись и по суммарной дозе вносимых макроудобрений (NPK) [1–3]. Также успешно применялась суммарная доза питательных веществ, как содержащихся в почве, так и вносимых с минеральными удобрениями [9].

Оказалось, что при соблюдении ограничений по схеме опыта и его продолжительности можно вести расчет урожайности с использованием каждого из вышепредложенных показателей пищевого режима. Главное условие состоит в том, чтобы полевой агрономический опыт, имеющий целью установление зависимости урожая культуры от урожаеформирующих факторов, включал не менее 4 вариантов уровней питания с продолжительностью исследований не менее 4 лет. Только в этом случае при обработке полученных результатов можно корректно и эффективно использовать математическое моделирование [7].

В своих расчетах В. А. Сиников подтвердил справедливость формулы (4) ссылкой на результаты полевых исследований, выполненных в Киргизии и на Северном Кавказе и включавших около 200 экспериментальных точек с разными культурами. Коэффициент корреляции превысил 0,8.

В условиях орошения неоднократно предлагалось использовать в качестве показателя водного режима предполивную влажность почвы [1–5]. Н. Н. Семенов, анализируя результаты полевых опытов, оперировал в качестве такого показателя продуктивными влаго-

запасами почвы [11]. В наших исследованиях в качестве показателя водного режима растений использовалась сумма атмосферных осадков, выпадающих за активный период вегетации [7]. При этом мы ссылались на исследование, автор которого отмечал определяющее влияние температуры воздуха и атмосферных осадков на формирование урожая основных зерновых культур [12].

Рассмотрим данный вопрос с позиции водного баланса сельскохозяйственного поля. Обратимся к водному балансу почвы:

$$W_K = W_H + \alpha S - E + G, \quad (5)$$

где W_K – почвенные влагозапасы в корнеобитаемом слое почвы в конце расчетного интервала;

W_H – почвенные влагозапасы в корнеобитаемом слое почвы в начале расчетного интервала;

α – коэффициент, учитывающий использование растениями выпадающих атмосферных осадков (потери на поверхностный и внутрипочвенный стоки за расчетный интервал);

E – суммарное испарение (эвапотранспирация) возделываемой культуры (потребление почвенной влаги из корнеобитаемого слоя почвы на транспирацию и эвапорацию за расчетный интервал);

G – подпитка корнеобитаемого слоя почвы влагой из нижележащих почвенных слоев за расчетный интервал.

Если учесть, что на автоморфных почвах подпиткой (G) можно пренебречь, водный баланс растений можно записать в более простой форме:

$$E = \Delta W + \alpha S, \quad (6)$$

где ΔW – изменение влагозапасов в корнеобитаемом слое почвы за расчетный интервал времени:

$$\Delta W = W_H - W_K. \quad (7)$$

Если расчетный интервал достаточно продолжителен, в условиях Беларуси будет соблюдено приближительное равенство:

$$W_H \approx W_K. \quad (8)$$

Следовательно,

$$E \approx \alpha S. \quad (9)$$

С учетом (8) и (9) из формулы В. А. Синикова (3) получим выражение, в котором фигурируют только атмосферные осадки:

$$Y \approx Y_{\max} \left[1 - \left(\frac{S_{\text{opt}} - S}{S_{\text{opt}} - S_{\text{min/max}}} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Таким образом, можем отметить, что каждый из составных элементов водного режима растений (5) может быть показателем в математической модели урожайности сельскохозяйственной культуры. Все зависит от условий конкретного опыта. Например, в орошаемом земледелии вполне приемлемо использование для этой цели предполивной влажности почвы, что показано выше. Но для сельскохозяйственных культур, возделываемых в Беларуси, наиболее удобно в качестве показателя водного режима растений принять атмосферные осадки. Если рассматривать водный баланс (5) с позиций причинно-следственных связей, то именно атмосферные осадки формируют как режим почвенных влагозапасов, так и режим водопотребления растений. Кроме того, достоинство данного показателя заключается в простоте его измерения и доступности получения соответствующей информации.

Оценка математической модели урожайности сахарной свеклы с использованием данных Щучинского ГСУ и метеостанции «Щучин»

В базу данных включены суммы атмосферных осадков за месяцы вегетации по метеостанции «Щучин» (табл. 1). Для реализации математической модели урожайности сахарной свеклы (гибрид NZ-тип) использованы данные Щучинского госсортоучастка (ГСУ) (табл. 2). Его выбор основан на близости размещения метеостанции «Щучин» от Щучинского ГСУ, что повышает достоверность базы данных относительно участка возделывания сахарной свеклы.

Обеспеченность растений питанием характеризуется суммарным уровнем питания растений, включающим элементы, содержащиеся в почве и вносимые с удобрениями. Такой выбор обусловлен отсутствием различий в дозах вносимых удобрений под сахарную свеклу по годам (табл. 2).

Таблица 1. Атмосферные осадки по данным метеостанции «Щучин»

№ п/п	Год	Урожай, т/га	N _п P _п K _п + NPK, кг д. в./га	Сумма атмосферных осадков за месяц, мм					Сумма атмосферных осадков за периоды, мм				
				V	VI	VII	VIII	IX	V-VI	V-VII	V-VIII	V-IX	
1	2011	88,5	4428	65,2	56,0	135,1	54,5	45,3	121,2	256,3	310,8	356,1	
2	2012	86,5	4368	51,8	96,0	72,3	80,3	14,2	147,8	220,1	300,4	314,6	
3	2013	77	4341	85,9	129,1	56,8	49,7	99,8	215,0	271,8	321,5	421,3	
4	2014	67,9	4140	97,4	25,6	57,0	125,0	49,0	123,0	180,0	305,0	354,0	
5	2015	64,2	4140	61,0	25,0	91,0	2,0	48,0	86,0	177,0	179,0	227,0	
6	2016	67,6	4140	29,0	29,0	115,0	46,0	17,0	58,0	173,0	219,0	236,0	
7	2017	66,6	4140	25,0	96,0	114,0	59,0	76,0	121,0	235,0	294,0	370,0	
8	2018	77,4	4227	15,0	47,0	206,0	49,0	58,0	62,0	268,0	317,0	375,0	
9	2019	59,3	4053	48,0	39,0	65,0	118,0	57,0	87,0	152,0	270,0	327,0	
10	2020	57,2	4053	80,4	107,3	43,4	80,1	20,0	187,7	231,1	311,2	331,2	
Среднее за 2011–2020 гг.				56	65	96	66	48	121	216	283	331	

Таблица 2. Характеристика почвы Щучинского госсортоучастка по обеспеченности сахарной свеклы питанием

№ п/п	Год	Урожай т/га	Агрохимические показатели почвы				Содержание в почве					Внесено					N _п P _п K _п + NPK кг д. в./га
			рН	Гумус (ОВ)	P ₂ O ₅	K ₂ O	N _п	P _п	K _п	N _п P _п K _п	N	P	K	NPK			
			–	%	мг/кг	кг действующего в-ва / га	кг действующего в-ва / га	кг действующего в-ва / га	кг действующего в-ва / га	кг действующего в-ва / га	кг действующего в-ва / га						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	2011	88,5	5,2	1,49	428	223	2235	1284	669	4188	60	60	120	240	4428		
2	2012	86,5	5,2	1,45	428	223	2175	1284	669	4128	60	60	120	240	4368		
3	2013	77,0	5,2	1,45	428	214	2175	1284	642	4101	60	60	120	240	4341		
4	2014	67,9	5,1	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140		
5	2015	64,2	5,1	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140		
6	2016	67,6	5,1	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140		
7	2017	66,6	5,1	1,35	415	210	2025	1245	630	3900	60	60	120	240	4140		
8	2018	77,4	5,2	1,50	435	224	2250	1305	672	4227	60	60	120	240	4467		
9	2019	59,3	5,1	1,28	425	206	1920	1275	618	3813	60	60	120	240	4053		
10	2020	57,2	5,1	1,28	425	206	1920	1275	618	3813	60	60	120	240	4053		
Среднее		71,2	5,14	1,39	423	214	2078	1269	640,8	3987	60	60	120	240	4227		

Установленные на участке возделывания сахарной свеклы значения содержания в почве гумуса ($N_{п}$, %), фосфора ($P_{п}$, мг/кг) и калия ($K_{п}$, мг/кг) по стандартной методике в РУП «Опытная научная станция по сахарной свекле» (г. Несвиж) переведены в размерность содержания действующих веществ на одном гектаре ($N_{п}P_{п}K_{п}$, кг д. в./га). Для оценки влияния на урожайность сахарной свеклы только содержания питательных элементов в почве и доз вносимых удобрений использован упрощенный вариант математической модели урожайности сахарной свеклы:

$$\frac{Y}{Y_{2(\max)}} = \left[1 - \left(\frac{F_{opt} - F}{F_{opt} - F_{min}} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

Путем многократного повторения вычислений подобраны опорные показатели элементарной модели (11) до выполнения условия (3) (табл. 3), и по ним рассчитана урожайность сахарной свеклы по суммарному содержанию питательных элементов в почве ($N_{п}P_{п}K_{п}$) и до-

зам вносимых удобрений (NPK) для каждого года (табл. 4).

Таблица 3. **Опорные показатели элементарной модели урожайности (11)**

Опорные показатели модели	Значения опорных показателей
Y_{max} , т/га	89,0
$(N_{п}P_{п}K_{п} + NPK)_{opt}$, кг д. в./га	4700
$(N_{п}P_{п}K_{п} + NPK)_{min}$, кг д. в./га	3600
δ , т/га	3,835
R^2	0,873

На рис. 1 приведено сопоставление измеренных в поле и вычисленных по упрощенной схеме (11) урожайностей сахарной свеклы.

Как свидетельствуют данные Щучинского ГСУ, уровень питания сахарной свеклы (NZ-тип) приблизительно на 87 % определяет ее урожайность при среднеквадратичном отклонении (ошибке) расчета $\delta = 3,84$ т/га и соответствующем коэффициенте детерминации $R^2 = 0,873$ (табл. 4, рис. 1).

Таблица 4. **Расчет урожайностей сахарной свеклы по опорным показателям модели (11)**

№ п/п	Год	Урожай Y , т/га	В почве $N_{п}P_{п}K_{п}$	Внесено NPK	Всего $N_{п}P_{п}K_{п} + NPK$	Расчет Y по (11)	$\Delta Y_i = Y_i - Y_{изм.}$	$(\Delta Y_i)^2$	
1	2011	88,5	4188	240	4428	83,6	-4,94	24,4	
2	2012	86,5	4128	240	4368	80,9	-5,61	31,4	
3	2013	77	4101	240	4341	79,5	2,52	6,4	
4	2014	67,9	3900	240	4140	65,9	-1,97	3,9	
5	2015	64,2	3900	240	4140	65,9	1,73	3,0	
6	2016	67,6	3900	240	4140	65,9	-1,67	2,8	
7	2017	66,6	3900	240	4140	65,9	-0,67	0,4	
8	2018	77,4	4227	240	4467	85,0	7,61	57,9	
9	2019	59,3	3813	240	4053	58,2	-1,09	1,2	
10	2020	57,2	3813	240	4053	58,2	1,01	1,0	
	Среднее	71,2	3987	240	4227	Сумма	-3,07	132,4	
			Среднеквадратичное отклонение δ , т/га				3,84		
			В % от средней урожайности 2011–2020 гг.: δ , %				5,4		

Таблица 5. **Опорные показатели модели (2) по данным Щучинского ГСУ и метеостанции «Щучин»**

Показатели	Периоды учета атмосферных осадков				
	V	V–VI	V–VII	V–VIII	V–IX
Y_{max} , т/га	92	92	92	92	92
Дозы (opt), кг д. в./га	4700	4700	4700	4700	4700
Дозы (min), кг д. в./га	3600	3600	3600	3600	3600
Осадки (opt), мм	60	140	260	350	410
Осадки (max), мм	200	450	700	900	1100
δ , т/га	2,94	2,14	3,54	3,28	3,69
R^2	0,918	0,963	0,894	0,906	0,883

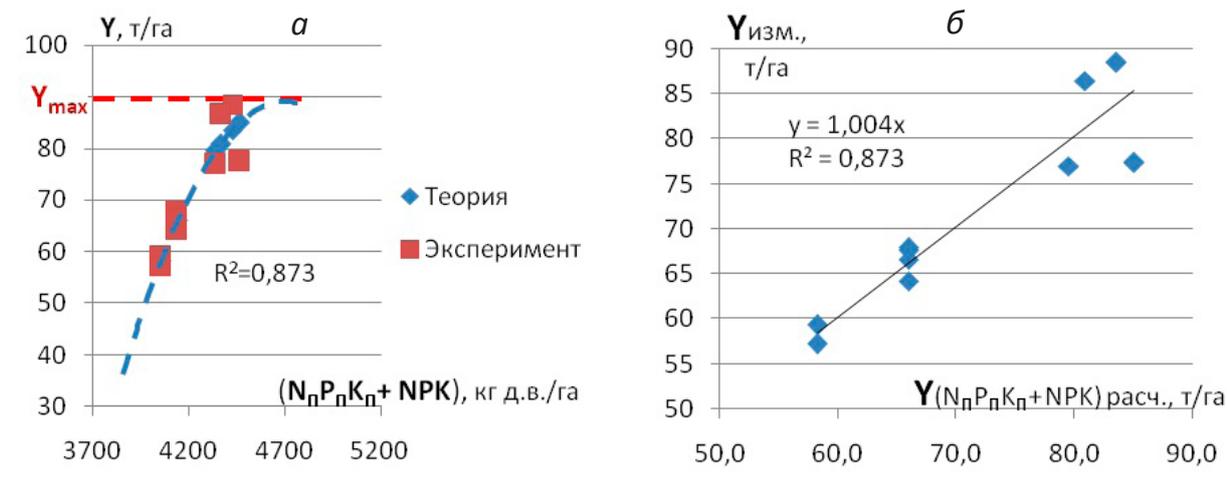


Рис. 1. Результаты расчета урожайности сахарной свеклы по упрощенной схеме (11):
 а – зависимость от суммарного питания;
 б – сопоставление расчетных и измеренных урожайностей

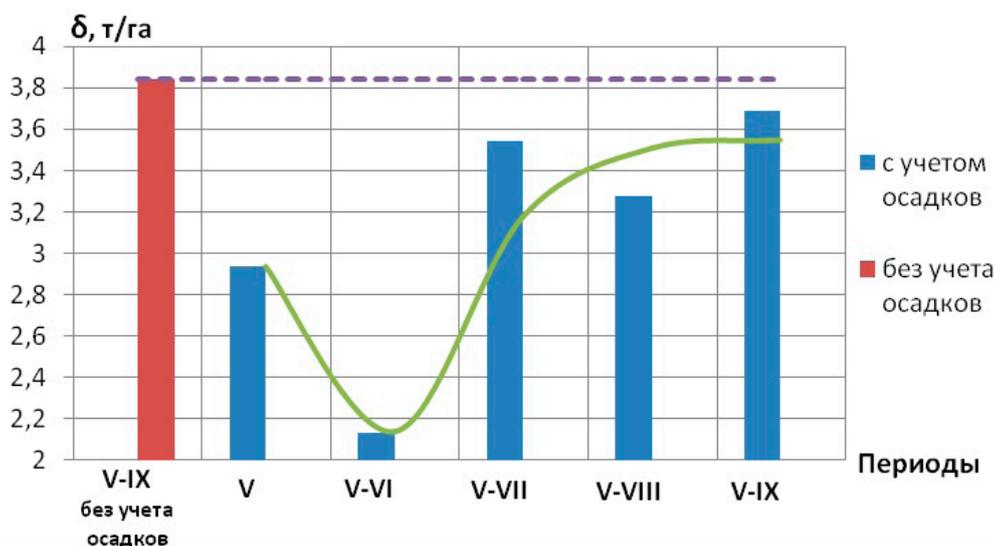


Рис. 2. Среднеквадратичные отклонения расчета урожайности сахарной свеклы по (2) при совместном учете уровня питания и атмосферных осадков за фиксированные периоды

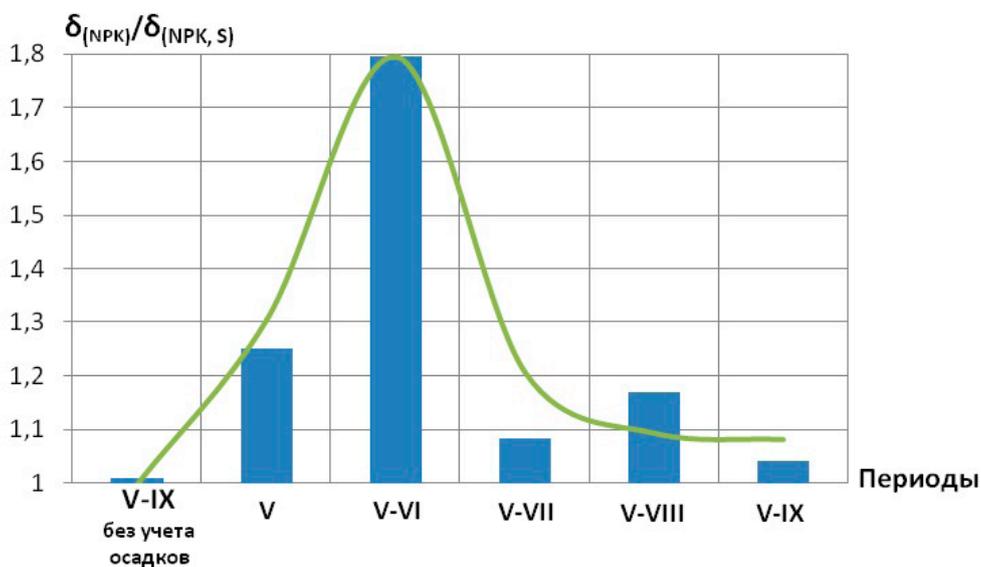


Рис. 3. Повышение точности расчета урожайности сахарной свеклы при совместном учете уровня питания и атмосферных осадков

Таблица 6. Реализация математической модели урожайности сахарной свеклы (2) по данным Щучинского ГСУ при совместном учете уровня питания и атмосферных осадков

№ п/п	Год	Y, т/га	Всего N _г , P _г , K _г + + NPK	Сумма осадков за месяцы, мм									V			V-VI			V-VII			V-VIII			V-IX		
				V	V-VI	V-VII	V-VIII	V-IX	Y _i	ΔY _i	(ΔY _i) ²	Y _i	ΔY _i	(ΔY _i) ²	Y _i	ΔY _i	(ΔY _i) ²	Y _i	ΔY _i	(ΔY _i) ²	Y _i	ΔY _i	(ΔY _i) ²				
1	2	3	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26			
1	2011	88,5	4428	65,2	121,2	256,3	310,8	356,1	356,1	86,3	-2,2	5	86,1	-2,4	6	86,4	-2,1	5	85,9	-2,6	7	85,8	-2,7	7			
2	2012	86,5	4368	51,8	147,8	220,1	300,4	314,6	314,6	83,3	-3,2	10,0	83,6	-2,9	8,6	82,9	-3,6	13	82,9	-3,6	13	82,0	-4,5	20			
3	2013	77,0	4341	85,9	215,0	271,8	321,5	421,3	421,3	79,4	2,4	6	77,4	0,4	0,2	82,1	5,1	26	82,0	5,0	24,8	82,2	5,2	27			
4	2014	67,9	4140	97,4	123,0	180,0	305,0	354,0	354,0	63,3	-4,6	21,2	68,0	0,1	0,0	65,9	-2,0	4,0	67,7	-0,2	0,0	67,7	-0,2	0,0			
5	2015	64,2	4140	61,0	86,0	177,0	179,0	227,0	227,0	68,2	4,0	15,6	66,1	1,9	4	65,7	1,5	2,3	61,6	-2,6	6,9	63,4	-0,8	0,7			
6	2016	67,6	4140	29,0	58,0	173,0	219,0	236,0	236,0	64,8	-2,8	7,8	63,4	-4,2	17,7	65,5	-2,1	4	64,3	-3,3	11,0	63,8	-3,8	14,3			
7	2017	66,6	4140	25,0	121,0	235,0	294,0	370,0	370,0	63,9	-2,7	7,3	67,9	1,3	1,7	67,9	1,3	1,8	67,4	0,8	0,7	67,9	1,3	1,8			
8	2018	77,4	4467	15,0	35,0	166,0	215,0	270,0	270,0	78,8	1,4	2	77,8	0,4	0,2	83,9	6,5	42	82,6	5,2	27	84,3	6,9	47			
9	2019	59,3	4053	48,0	87,0	152,0	270,0	327,0	327,0	59,7	0,4	0,2	58,4	-0,9	0,8	56,5	-2,8	7,6	58,9	-0,4	0	59,3	0,0	0			
10	2020	57,2	4053	80,4	187,7	231,1	311,2	331,2	331,2	58,9	1,7	2,9	58,7	1,5	2,4	59,9	2,7	7	59,9	2,7	7	59,4	2,2	5			
Среднее		71,2	-	-	-	-	-	-	-	Сумма	-5,7	78	-	-4,9	41	-	4,6	113	-	1,0	97	-	3,6	122			
		-	-							Среднеквадратичное отклонение δ, т/га	2,94		-	-	2,14	-	3,54		-	-	3,28	-	-	3,69			
		-	-							В % от средней урожайности 2011–2020 гг.: δ, %	4,1		-	-	3,0	-	5,0		-	-	4,6	-	-	5,2			

Таблица 7. Сравнение оптимального и фактического распределений сумм атмосферных осадков по месяцам вегетации сахарной свеклы

Участок	Атмосферные осадки	Распределение по месяцам, мм									Сумма, мм
		V	VI	VII	VIII	IX					
Щучинский ГСУ	Оптимальные	60	80	120	90	60	410				
	Средние за 2011–2020 гг.	56	65	96	66	48	331				
	Недостаток средних до оптимума	4	15	24	24	12	79				

Следующим этапом проверки работоспособности математической модели урожайности сахарной свеклы (2) является совместный учет уровня питания и атмосферных осадков. В табл. 5 приведены опорные показатели модели (2), связывающей урожайность сахарной свеклы с содержанием питательных элементов в почве, дозами вносимых удобрений (данные Щучинского ГСУ) и атмосферными осадками, выпавшими в период вегетации сахарной свеклы при $a_F = 1$ и $a_S = 1$.

На рис. 2 приведена диаграмма, которая показывает снижение среднеквадратичных отклонений расчета по периодам учета атмосферных осадков.

Результаты расчета по установленным опорным показателям модели (2) приведены в табл. 6.

Повышение точности расчета урожайности сахарной свеклы при совместном учете уровня питания и атмосферных осадков можно количественно определить, разделив среднеквадратичные отклонения, полученные по формуле (11), на среднеквадратичные отклонения расчета, вычисленные по формуле (2) при $a_F = 1$ и $a_S = 1$. На рис. 3 приведены гра-

фики, характеризующие повышение точности модели (2) по отношению к модели (11).

Из данных табл. 5 можно получить оптимальное помесечное распределение атмосферных осадков для сахарной свеклы в Щучинском ГСУ. В табл. 7 представлено сравнение оптимального и фактического распределений сумм атмосферных осадков по месяцам вегетации сахарной свеклы, возделываемой на Щучинском ГСУ.

Как видим, в среднем за многолетие в Щучине наблюдался дефицит влаги, снижающий урожайность сахарной свеклы.

Из полученных данных следует еще один вывод, который связан с особенностями формулы (2): с увеличением числа урожаеформирующих факторов, учитываемых моделью, максимальная урожайность (Y_{max}) возрастает (табл. 3, 5). Кроме того, заметим, что увеличение числа урожаеформирующих факторов, учитываемых моделью, практически не влияет на величину других опорных показателей математической модели урожая сахарной свеклы – оптимального уровня питания (NPK_{opt}) и его минимума (NPK_{min}).

Выводы

1. Результаты расчетов урожайностей по данным Щучинского госсортоучастка подтверждают достаточно высокую точность предложенной математической модели урожайности сахарной свеклы. Коэффициент детерминации (R^2) при сравнении измеренных и рассчитанных урожаев без учета атмосферных осадков составляет 0,873.

2. По данным метеостанции Щучин, наибольшее влияние на урожайность сахарной свеклы оказывают атмосферные осадки, выпадающие в начале вегетации (май – июнь). Учет водного факта повышает достоверность математической модели урожайности сахарной свеклы с $R^2 = 0,87$ до $R^2 = 0,91$. При этом

возрастает величина максимальной (потенциально достижимой) урожайности (Y_{max}) испытываемого гибрида сахарной свеклы (с 89 до 92 т/га) и снижается среднеквадратичное отклонение с $\delta = 3,8$ до $\delta = 3,3$ т/га.

3. Моделирование связи урожайности сахарной свеклы с двумя урожаеформирующими факторами (пищевой режим и влага) позволило установить оптимальное распределение атмосферных осадков в течение вегетационного периода (май – сентябрь) с общей суммой за этот период 410 мм. Расчеты показали, что в среднем за десятилетие в Щучине наблюдался дефицит влаги, снижающий урожайность сахарной свеклы.

Библиографический список

1. Акулинина, М. А. Капельное орошение огурца в сухостепной зоне светло-каштановых почв Нижнего Поволжья : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук : 06.01.02 / М. А. Акулинина ; Волгоград. комплекс. отд. ГНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А. Н. Костякова» Рос. с.-х. акад. – Волгоград, 2010. – 23 с.

2. Овчинников, А. С. Урожайность сладкого перца при капельном орошении / А. С. Овчинников, О. В. Бочарникова, Т. В. Пантюшина // Мелиорация и вод. хоз-во. – 2007. – № 2. – С. 45–47.
3. Давыдов, И. А. Дифференцированный режим орошения и водопотребления баклажана в условиях Волго-Донского междуречья : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук : 06.01.02 / И. А. Давыдов ; ФГОУ ВПО «Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия». – Волгоград, 2009. – 23 с.
4. Шенцева, Е. В. Совершенствование агротехники выращивания баклажан при капельном орошении с использованием тоннельных укрытий для получения ранней продукции : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук : 06.01.01, 06.01.02 / Е. В. Шенцева ; Волгоград. фил. ГНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А. Н. Костякова» Рос. с.-х. акад. – Саратов, 2012. – 23 с.
5. Богданенко, М. П. Технология возделывания рассадного лука при капельном орошении в Нижнем Поволжье : автореф. дис. ... канд. с.-х. наук : 06.01.01, 06.01.02 / М. П. Богданенко ; Волгоград. ф-л ГНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А. Н. Костякова» Рос. с.-х. акад. – Саратов, 2012. – 24 с.
6. Вахонин, Н. К. Моделирование урожаев в системе точного земледелия / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2015. – № 1 (73). – С. 131–136.
7. Лихацевич, А. П. Математическая модель урожая сельскохозяйственных культур / А. П. Лихацевич. // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2021. – Т. 59, № 3. – С. 304–318. <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2021-59-3-304-318>
8. Лихацевич, А. П. Использование обобщенной математической модели для анализа результатов многофакторных агрономических опытов // Мелиорация и вод. хоз-во. – 2018. – № 1. – С. 19–23; № 2. – С. 31–35.
9. Лихацевич, А. П. Модель влияния регулируемых факторов окружающей среды на урожай сельскохозяйственных культур / А. П. Лихацевич // Мелиорация переувлажн. земель. – 2004. – № 2 (52). – С. 123–143.
10. Сиников, В. А. Результаты анализа некоторых зависимостей урожайности от влагообеспеченности / В. А. Сиников // Обоснование норм водопотребности в орошаемом земледелии : тез. докл. Всесоюз. науч.-практ. конф. ; Днепрпетров. управление мелиорации. – Днепрпетровск, 1989. – С. 49–53.
11. Семененко, Н. Н. Торфяно-болотные почвы Полесья: трансформация и пути эффективного использования / Н. Н. Семененко. – Минск : Беларус. навука, 2015. – 282 с.
12. Дмитренко, В. П. Оценка влияния температуры воздуха и осадков на формирование урожая основных зерновых культур : метод. пособие / В. П. Дмитренко. – Л. : Гидрометеиздат, 1976. – 49 с.

Поступила 13 декабря 2022 г.