

УДК 631.175: 551.56

**МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ УРОЖАЙНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПРИРОДНО-КЛИМАТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ**

А.П. Лихацевич, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси,
доктор технических наук, профессор

В.Н. Карнаухов, кандидат технических наук
Институт мелиорации и луговодства НАН Беларуси

Ранее нами были сформулированы основные принципы построения модели урожая сельскохозяйственных культур [1]. Они базируются на известных положениях:

1) принцип равнозначности – все основные урожаеформирующие факторы внешней среды (свет, тепло, влага, пища и др.) равноценны по влиянию на растения, нельзя из их общего числа выделить главные или второстепенные;

2) принцип оптимума – любая сельскохозяйственная культура в процессе естественного или искусственного отбора выработала соответствующие именно ей требования, в рамках которых изменение каждого фактора внешней среды будет либо благоприятным (пропорциональный рост урожая), либо нейтральным (отсутствие влияния на урожай), либо неблагоприятным (обратная пропорциональность влияния на урожай);

3) принцип градиента – количественную оценку влияния фактора внешней среды на урожай можно осуществить с помощью градиента, равного относительному отклонению характеристики (показателя) фактора среды от своего номинального значения, соответствующего максимальному урожаю.

На основе изложенных выше принципов была предложена модель урожая сельскохозяйственных культур, которая для частного случая, учитывающего только фактор питания растений, имеет вид [1]:

$$y = y_m \left[1 - \left(1 - \frac{F}{F_{no}} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где Y – планируемый (реально достижимый) урожай сельскохозяйственных культур, определяемый качеством семенного материала (потенциально возможным урожаем), влиянием света, тепла, влаги на формирование урожая и величиной градиента фактора питания растений;

Y_m – реально возможный (максимальный) урожай при естественных освещенности, тепло- и влагообеспеченности и при номинальном уровне питания растений;

F – количественная характеристика фактического уровня питания растений, включая реальное плодородие почвы;

F_{no} – номинальный уровень питания растений, при котором получен максимальный урожай.

Справедливость зависимости (1) обосновывалась ссылками на результаты многочисленных полевых исследований, включая опытные данные, полученные на мелиорированных землях. Правомочность применения в расчетах предложенной формы модели урожая была также подтверждена для фактора, определяющего влагообеспеченность сельскохозяйственных культур.

Вместе с тем, для подтверждения возможности распространения структуры функции (1) на другие факторы внешней среды необходимо провести дополнительный анализ полученных ранее выводов. С этой целью представим (1) с аргументом в виде градиента уровня питания

$$\frac{Y}{Y_m} = 1 - g_F^2, \quad (2)$$

где g_F – градиент уровня питания растений,

$$g_F = 1 - \frac{F}{F_{no}}. \quad (3)$$

В отличие от уровня питания растений, который в конкретном году может быть жестко задан, не регулируемые в наших условиях природно-климатические факторы имеют стохастическую (вероятностную) природу и случайным образом распределены в многолетнем ряду в соответствии с какой-то характерной именно для них функцией распределения. Да и уровень питания растений, если его рассматривать в многолетнем ряду, тоже имеет собственную функцию распределения. Данную особенность можно соответствующим образом учесть в расчетном уравнении типа (2). Для этого предложим следующую подобную (2) форму общей зависимости

$$\frac{Y}{Y_m} = 1 - \Phi_1 g_1^2 \dots 1 - \Phi_i g_i^2 \dots 1 - \Phi_n g_n^2 - \Phi_0, \quad (4)$$

где Φ_i – функция распределения вероятностей наступления событий в ряду i -го фактора;

Φ_0 – функция, учитывающая распределение (как правило, нормальное) градиентов и вероятностей сочетания неучтенных факторов.

Уравнение (4) может быть представлено в несколько измененном виде

$$G_y = \Phi_1 g_1^2 + 1 - \Phi_1 g_1^2 - \Phi_2 g_2^2 + 1 - \Phi_2 g_2^2 - \Phi_3 g_3^2 + \dots + 1 - \Phi_n g_n^2 - \Phi_0, \quad (5)$$

где G_y – обобщенный градиент урожая,

$$G_y = 1 - \frac{Y}{Y_m}. \quad (6)$$

Зависимость (5) симметрична относительно любого из факторов, что необходимо для выполнения первого принципа (равнозначности факторов). Второй и третий принципы учтены через ограничение изменения градиента любого из факторов. При этом всегда должно выполняться условие

$$0 \leq g_i^2 \leq 1. \quad (7)$$

Равенство градиента нулю означает, что фактор находится в оптимуме и способствует получению максимального конечного урожая. Равенство градиента единице означает полную гибель урожая. Причем структура уравнения (5) в силу симметричности (относительно любого фактора) приводит к получению в итоге нулевого урожая при равенстве единице градиента любого фактора и стопроцентной вероятности наступления этого события.

Значение градиента фактора окружающей среды связано с величиной его номинала, когда градиент превращается в нуль. При расположении номинала по абсолютной величине приблизительно посередине между минимальным и максимальным встречающимися значениями фактора расчетная форма градиента соответствует записи (3). При тяготении номинала к одному из крайних значений (максимуму или минимуму) наблюдаемых показателей градиент определяется по зависимости

$$g_i = \frac{r_{i\text{ no}} - r_i}{r_{i\text{ min}} - r_{i\text{ max}}}, \quad (8)$$

где $r_{i\text{ no}}$ – показатель номинала i -го фактора;

r_i – фактическое значение i -го фактора;

$r_{i\text{ max}}, r_{i\text{ min}}$ – максимальное и минимальное значения i -го фактора, соответственно.

Основная задача подбора соответствующего выражения градиента состоит в том, чтобы соблюсти основополагающее условие (7), нарушение которого не допускается.

Заметим, что остаточный член расчетных уравнений (4), (5) характеризует только обобщенное распределение и суммарный градиент неучтенных факторов. Причем расчет может выполняться поэтапно. Например,

$$G_y = \Phi_1 g_1^2 + 1 - \Phi_1 g_1^2 \Phi_{01}, \quad (9)$$

$$\Phi_{01} = \Phi_2 g_2^2 + 1 - \Phi_2 g_2^2 \Phi_{02}, \quad (10)$$

$$\Phi_{02} = \Phi_3 g_3^2 + 1 - \Phi_3 g_3^2 \Phi_{03} \text{ и т.д.} \quad (11)$$

В качестве примера использования изложенной выше методики расчета прогнозируемого урожая сельскохозяйственных культур рассмотрим 30-летний ряд наблюдений за средней урожайностью зерновых и зернобобовых культур (рис. 1).

Рис. 1 подтверждает, что урожайность в отдельные годы может снижаться до 50% по отношению к предшествующему году, поэтому заблаговременное прогнозирование наступления таких периодов является весьма актуальной задачей, необходимой для планирования хозяйственной деятельности с учетом неизбежных изменений конъюнктуры рынка в такие периоды.

Фактор обеспеченности растений питанием (по возможности целенаправленного регулирования) можно вынести на первое место как биотехнический и социально-экономический. С одной стороны, за счет удобрений можно компенсировать вынос питательных элементов с урожаем. В то же время в условиях острого дефицита и высокой

стоимости минеральных удобрений, особую актуальность приобретают вопросы повышения их окупаемости прибавкой урожая, а также оценка эффективности их в стоимостном выражении. В качестве интегрального показателя данного фактора обычно применяются суммарные дозы вносимых удобрений с учетом содержания NPK в почве (суммарным эффектом от содержащихся в почве и внесенных азота, фосфора и калия в килограммах действующего вещества на один гектар). К настоящему времени разработан ряд косвенных методов определения эффективности удобрений на основе данных, полученных в полевых опытах.

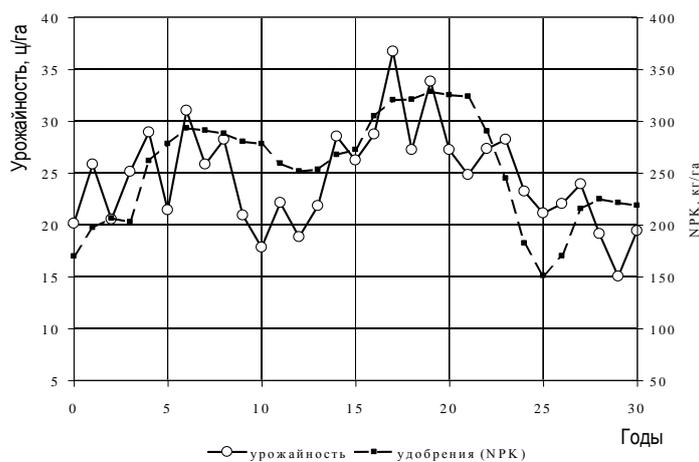


Рис. 1. Диаграмма динамики средней урожайности зерновых и зернобобовых и внесения средней дозы удобрений (NPK) за 30-летний период

Один из таких методов разработан в 80-90-е гг. [2, 3]. Отличительной особенностью и сущностью предлагаемого метода является прогнозирование урожая, который определяется как слагаемое потенциального плодородия почвы и прибавки урожая от удобрений, выраженной в линейной форме

$$Y = Y_0 + Of, \quad (12)$$

где Y_0 – урожай, обусловленный потенциальным плодородием почв, ц/га;

f – доза удобрений в действующем веществе NPK, кг/га;

O – оплата удобрений урожаем, ц (корм. ед.) на 1 кг NPK.

Недостатком данного приема является отсутствие учета изменения остальных природно-климатических факторов и узкий диапазон прогноза по NPK, когда криволинейную зависимость можно в этом диапазоне заменить прямой (например, для зерновых культур данный метод осуществим только в пределах часто применяемых доз вносимых удобрений $150 \leq NPK \leq 250$ кг/га). Уравнение (1) устраняет этот недостаток, в свою очередь, зависимости (4), (5) учитывают действие множества факторов.

Вопрос о связи урожаев сельскохозяйственных культур с различными природно-климатическими факторами и особенно с солнечной активностью имеет давнюю исто-

рию, начиная с III в. до н. э., когда Катон Старший, римский писатель, заметил, что цены на рожь зависели от солнечной активности (от «помрачения» Солнца). Впоследствии исследованиями различных авторов было установлено, что развитие растений (а значит, и урожай) тесно связано с уровнем солнечной активности и напрямую зависит от выбрасываемого во время солнечных бурь потока заряженных частиц, под действием которых магнитное и радиационное поле Земли изменяется.

По многочисленным исследованиям установлена 11-летняя цикличность солнечной активности (СА). Сейчас существует международная служба Солнца. Ежедневные данные о СА (количестве и кучности пятен по числам Вольфа) можно получить из международной базы данных с помощью сети Интернет и с определенной степенью точности спрогнозировать их на будущее.

Число Вольфа (W) – один из распространенных показателей СА, который вычисляется по следующей эмпирической формуле

$$W=k(10g+f), \quad (13)$$

где g – число групп пятен на диске Солнца в день наблюдения;

f – число отдельных пятен;

k – коэффициент, характеризующий наблюдательный прибор (порядка единицы).

В качестве примера на рис. 2 приводится динамика изменения чисел Вольфа (W) в многолетнем разрезе по данным Главной (Пулковской) астрономической обсерватории РАН.

Все природные факторы по значимости имеют примерно одинаковый вес в получении конечного урожая (первый принцип - равнозначности), однако при отсутствии достаточных условий по их регулированию и достоверных методов прогноза они относятся к разряду нерегулируемых и косвенно зависят от солнечной активности и других глобальных явлений, происходящих на планете Земля. В силу наблюдаемой цикличности изменения глобальных явлений, и неравномерности их распределения по регионам, растения

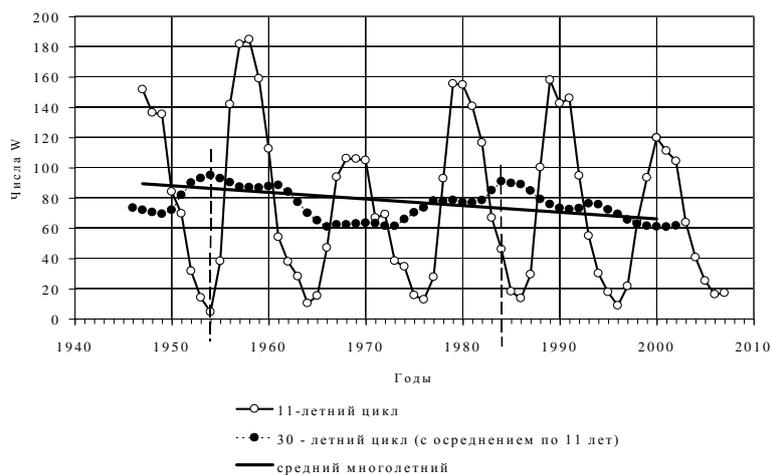


Рис. 2. Динамика солнечной активности в многолетнем разрезе

определенного вида в процессе естественного отбора приспособились к природно-климатическим условиям региона их районирования. При этом существует некоторый узкий диапазон изменения природно-климатических факторов, при котором растение находится в комфортных условиях (принцип оптимума).

Например, по влагообеспеченности, которая может колебаться от влажности завядания до полной влагоемкости, в первом случае растение гибнет от недостатка влаги, а в другом – от недостатка воздуха, поступающего к корневой системе. Такие пределы для каждого растения известны также по температуре окружающей среды (от отрицательных температур до положительных критических температур, когда процессы роста растения резко замедляются) и по освещенности (существуют светолюбивые и тенелюбивые растения, у которых разные пределы потребности по освещенности).

Существует некоторое оптимальное сочетание факторов, при котором конечный урожай будет максимальным, т.е. равным потенциально возможному урожаю для данного растения в данном регионе для данного уровня агротехники. В то же время, наблюдаются явления полной гибели урожая в случаях, если только один фактор принимает критическое значение (заморозки, затопление, засухи и др.).

В теории вероятностей и математической статистике существует ряд теоретических положений, позволяющих предполагать, что распределения различных сочетаний природных факторов, встречающихся на практике, должны быть близки к некоторому известному, и это предположение, действительно, часто подтверждается. На первом этапе выбора формы модели вполне достаточно принять в качестве исследуемого закона любое известное распределение вероятностей. Например, нормальное распределение предполагает, что варианты прогнозируемого параметра тяготеют к среднему значению. Значения параметров, существенно отличающиеся от среднего, т.е. находящиеся в «хвостах» распределения, имеют малую вероятность осуществления. К таким событиям можно отнести как вариант оптимального сочетания всех исследуемых факторов среды, так и вариант гибели урожая.

Обычно критериальные статистики требуют, чтобы анализируемые переменные сами были нормально распределены в совокупности. Многие наблюдаемые переменные действительно распределены нормально, что является аргументом в пользу того, что нормальное распределение представляет некий «фундаментальный закон».

Представим статистические данные исследуемых временных рядов (рис. 1) в графической форме с использованием градиентов (рис. 3), при этом в первом приближении на первом этапе анализа примем $U_m=36,7$ ц/га (максимальную наблюдаемую урожайность в исследуемом временном ряду) при номинальной дозе NPK $f_{no}=320$ кг/га (доза внесенного NPK, соответствующая максимальной наблюдаемой урожайности) и принятой номинальной суммарной (с учетом исходного плодородия почвы) дозе NPK $F_{no}=400$ кг/га. Как видно из графического представления зависимости урожайности от суммарной дозы NPK, область полученных данных концентрируется в средней части на небольшом отрезке.

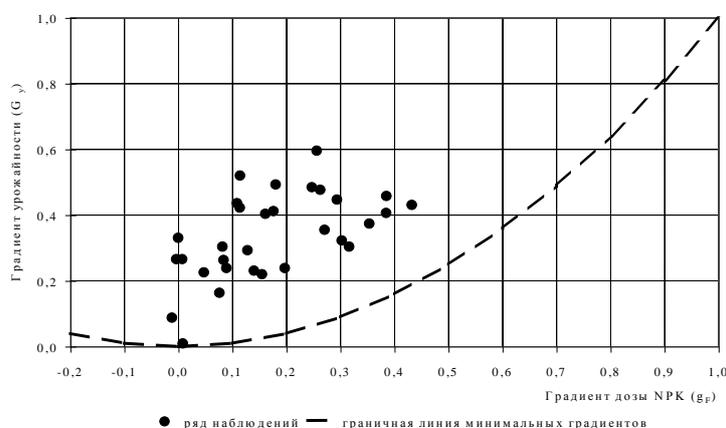


Рис. 3. График изменения градиента урожайности зерновых и зернобобовых культур от градиента дозы NPK

Проведем совместный анализ двух временных рядов урожайности и дозы NPK. Для этого исследуем параметры U_m , f_{no} и F_{no} , соответствующие уравнению (9).

На рис. 4 приведены результаты анализа, позволяющие на втором этапе исследования принять $U_m=31,7$ ц/га при $F_{no}=410$ и $f_{no}=245$ кг/га. Результаты получены при $\Phi_1=1$ и с применением стандартной нормальной функции распределения вероятностей сочетания (событий) остальных факторов Φ_{01} , умноженной на коэффициент $k_1=0,47$, значение которого подобрано в процессе расчета и соответствует минимальным отклонениям его результатов от опытных данных (коэффициент k_1 учитывает суммарную долю градиентов неучтенных факторов и вероятность потерь урожайности от их совместного действия). Во всех случаях для оценки варьирования результатов измерений исключались значения, которые выходили за границы $\pm 1,96s$ (s – стандартное отклонение, равное корню квадратному из дисперсии случайной величины), т.е. интервал исследований включал 95% всех имеющихся результатов. При анализе определялась простая линейная корреляция Пирсона (далее называемая просто корреляцией) между левой (исходной) и правой (рассчитанной) частями уравнения (9). Она определяет степень, с которой значения двух переменных «прямо пропорциональны» друг другу.

Проведенная на рис. 4 аппроксимирующая прямая называется прямой регрессии, или прямой, построенной методом наименьших квадратов. Последний термин связан с тем, что сумма квадратов расстояний (вычисленных по вертикальной оси) от наблюдаемых точек до рассчитанной прямой является минимальной. Заметим, что использование квадратов расстояний приводит к тому, что оценки параметров прямой сильно реагируют на выбросы.

Рассчитанный коэффициент детерминации R^2 (R – коэффициент корреляции Пирсона), представляющий собой меру линейной зависимости двух переменных (иными словами, «степень» зависимости или связанности двух переменных), приведен на рис. 4. Важно, что значение коэффициента корреляции не зависит от масштаба измерения.

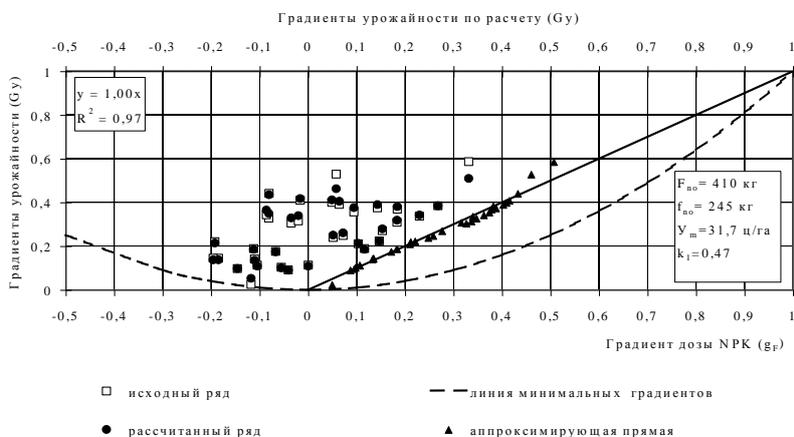


Рис. 4. Графическое представление в градиентной форме зависимостей составляющих урожайности от дозы NPK

После несложных вычислений из исследуемого временного ряда можно получить ряд потерь урожая от изменения нерегулируемых природно-климатических факторов ΔY .

На третьем этапе определим составляющую уменьшения потенциально возможной урожайности от прямого влияния солнечной активности и остаток уравнения (10), для чего проведем совместный анализ двух временных рядов суммарных потерь урожайности, полученных на втором этапе (ΔY), и показателя солнечной активности в виде чисел Вольфа (W). Поскольку числа W являются нерегулируемой переменной, то для анализа используем уравнение (8), при этом в качестве G_y примем градиент потерь урожайности (6), а в качестве g_2 – градиент изменения чисел W .

При исследовании временного ряда среднемесячных значений чисел W за период 1941-2005 гг. установлено, что в качестве закона распределения вероятностей наступления события наилучшим образом подходит геометрическая или экспоненциальная функции распределения вероятностей $\Phi_2(W)$. На рис. 5 представлено сравнительное графическое отображение геометрической функции и стандартной нормальной функции Φ_0 .

На рис. 6 приведены результаты анализа, позволяющие при принятых $W_{\min}=W_{но}=0$ и $W_{\max}=260$ определить диапазон потерь урожайности (ΔY_W) от изменения солнечной активности. Результаты получены с применением геометрической функции распределения вероятностей чисел W и стандартной нормальной функции распределения вероятностей сочетания (событий) остальных факторов.

Результаты с высокими коэффициентами корреляции между наблюдаемыми и рассчитанными данными, полученные при обработке исходных рядов, подтверждают, что распределения вероятностей сочетаний природно-климатических факторов, встречающихся на практике, близки к нормальному.

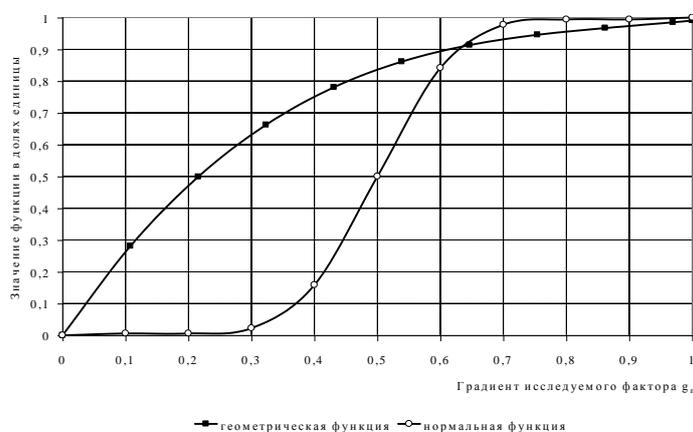


Рис. 5. Графическое представление функций распределения вероятностей

Рассмотренный методологический подход позволяет определить характер зависимости между факторами и результативными показателями: функциональная она или стохастическая, прямая или обратная, прямолинейная или криволинейная и т.д. Основная цель построения этой модели состоит в следующем:

- упорядочение или агрегирование исходной информации;
- поиск, количественная оценка и содержательная интерпретация причинно-следственных отношений между переменными;
- оценка достоверности и продуктивности различных гипотез о взаимном влиянии наблюдаемых явлений и воздействующих факторов;
- идентификация параметров расчетных уравнений различного назначения.

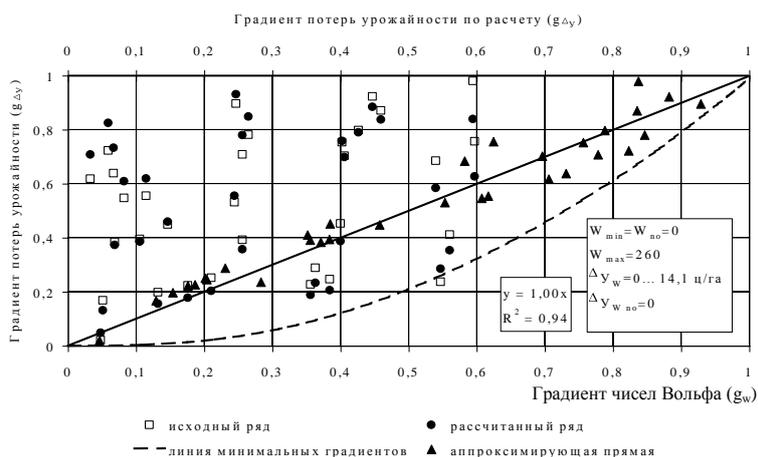


Рис. 6. Графическое представление в градиентной форме зависимостей потерь урожайности от изменения чисел Вольфа (W)

Предложенная эмпирико-статистическая модель является также «сырьем» для построения и обоснования подходов к моделям других типов (в первую очередь имитационных).

Литература

1. Лихацевич А.П. Модель влияния регулируемых факторов окружающей среды на урожай сельскохозяйственных культур // Мелиорация переувлажненных земель. – 2004. – №2(52). – С. 123-143.
2. Справочник нормативов трудовых и материальных затрат для ведения сельскохозяйственного производства: 2-е изд., перераб. и доп./ Под ред. В.Г. Гусакова. Сост. Я.Н. Бречко, М.Е. Сумонов. – Мн.: БелНИИ аграрной экономики, 2002. – 440 с.
3. Василюк Г., Германович Т. Оценка экономической и агрономической эффективности минеральных удобрений, внесенных под зерновые культуры // Агрэкономіка. – 2004. – №4. – С. 50-55.

Резюме

Анализируются связи в системе «урожай – природно-климатические факторы внешней среды». Исследуется эмпирико-статистическая модель, позволяющая упорядочить исходную информацию, дать количественную оценку и содержательную интерпретацию причинно-следственных отношений между урожаем и факторами среды, оценку достоверности и продуктивности различных гипотез о взаимном влиянии наблюдаемых явлений и воздействующих факторов, произвести идентификацию параметров расчетных уравнений различного назначения. Предлагаемая эмпирико-статистическая модель является также «сырьем» для построения и обоснования подходов к моделям других типов (в первую очередь, имитационных).

Ключевые слова: урожайность, моделирование, солнечная активность, удобрения, вероятность.

Summary

Lichatsevich A., Karnaukhov V. Model of changes in yielding capacity of farm crops in dependence on variability of natural-climatic factors

Connections in the system “yielding capacity – natural-climatic factors of environment” are presented. The empirical-statistical model that allows to order an source information, to estimate quantitatively and interpret substantially the causality between yielding capacity and environment factors, evaluate reliability and productivity of different hypotheses about mutual influence of the observed phenomena and effecting factors, to identify parameters of the design equations of different purpose is studied. The offered empirical-statistical model is also “raw material” for creation and substantiation of the approaches to models of other forms (first of all imitative).

Keywords: yielding capacity, simulation, solar activity, fertilizer, probability.